

Estudio de Caso N° 51

GESTION DE BILLETES EN EL BANCO CENTRAL

John Vela Guimet

Esta es una versión resumida del Estudio de Caso realizado por el autor para obtener el grado de Magister en Gestión y Políticas Públicas de la Universidad de Chile.

Agradecemos el apoyo proporcionado por la Fundación Ford y el Banco Interamericano de Desarrollo (BID).

Octubre 2000



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

Av. República 701 • Fono: (562) 678 4067 • Fax: (562) 689 4987
E-mail: mgpp@dii.uchile.cl
Sitio web: <http://www.dii.uchile.cl/mgpp/>
Casilla 86 - D, Santiago - Chile

RESUMEN EJECUTIVO

La administración de los inventarios de billetes es una de las responsabilidades que delega la ciudadanía en el Banco Central. Su manejo no es una función trivial debido a los cambios bruscos de la demanda por billetes y a las consecuencias negativas de un posible desabastecimiento. Al tratar de minimizar estos riesgos la administración mantiene niveles excesivos de inventarios en sus bóvedas.

La Tesorería del Banco Central de Chile tiene a su cargo la administración del efectivo. En diciembre de 1998 había en circulación 254 millones de billetes con un valor de \$1,2 billones. Para expresar desde un punto de vista monetario lo que significa para Chile mantener en circulación los 254 millones de billetes, se pueden valorizar al costo de adquisición en US\$10,2 millones¹. Si, además, se considera que la estimación de la vida útil de los billetes realizada por la Tesorería arroja un promedio de 20 meses para mantenerlos en buen estado de conservación, hay que gastar anualmente alrededor de US\$6,1 millones.

Entre las decisiones más importantes que la Tesorería debe tomar están ¿Cuánto se debe comprar?, ¿cuándo se debe comprar? y ¿cuánto inventario se debe mantener? Para ayudar a tomar estas decisiones se han desarrollado los modelos de inventarios que aportan a la eficiencia de la gestión.

El objetivo del presente estudio es proponer un modelo de inventarios para billetes que contribuya a mejorar la gestión de la Tesorería de los Bancos Centrales, en particular el de Chile. El modelo de inventarios desarrollado minimiza los costos asociados a los inventarios de billetes y está sujeto a restricciones lineales referidas principalmente al cumplimiento del pronóstico de la demanda por billetes y a la reposición de los deteriorados.

Para solucionar el problema de minimización se usan técnicas de programación lineal, mientras que para calcular el pronóstico de la demanda se emplean técnicas econométricas. Los resultados permiten reducir los niveles promedios de inventarios de billetes y responder a las preguntas ya indicadas.

El estudio se divide en dos partes: en la primera se realiza una breve descripción de los fundamentos de un estudio aplicado a la gestión de circulante y las diferencias con el modelo propuesto. En la segunda parte se presenta el modelo; se definen las variables relevantes en la administración de inventario; se formula el modelo general; se desarrollan modelos econométricos para determinar la demanda de billetes por denominación, y se realiza una aplicación para mostrar su funcionamiento.

¹ Costo promedio de US\$40 el millar que estima la Reserva Federal de Nueva York para los billetes USA.

I. ANTECEDENTES Y ASPECTOS TEÓRICOS

1. ESTUDIO APLICADO A LA GESTIÓN DE CIRCULANTE

Se conocen pocos estudios aplicados a la gestión de circulante. Entre ellos está el aporte de L.C. Payne (1978) que desarrolló la llamada metodología Métrica D para determinar la estructura de la gama de billetes y monedas; el valor total del efectivo en circulación, y las cantidades de billetes y monedas en poder del público por denominación. Con ello se calcula la cantidad anual necesaria de abastecimiento de billetes y monedas por denominación. Para los fines de este estudio sólo se mencionará el fundamento de la metodología Métrica D y las diferencias con nuestra propuesta.

La metodología para determinar la gama denominacional se basa en una estructura denominada "tresillos decimales binarios" formada por múltiplos decimales de la base (1 2 5); por ejemplo (1 2 5) (10 20 50), etc., o por múltiplos de la base (1 2,5 5) como (1 2,5 5) (10 25 50), etc. Mediante simulaciones se demuestra que ambas bases reducen las cantidades de billetes y monedas en circulación, ya que permiten utilizar el menor número de billetes y monedas en las transacciones de pago.

Utilizando una de estas estructuras, la metodología establece seis denominaciones de billetes y relaciona el promedio de sueldos y salarios diarios nominales (D) con los valores de estas denominaciones. Empíricamente ubica dichos valores en los siguientes intervalos: $[5D, 2D[$, $[D, 2D[$, $[D/2, D[$, $[D/5, D/2[$, $[D/10, D/5[$ y $[D/20, D/10[$. De acuerdo con el incremento que registre el salario en el tiempo, aumentan los valores nominales de las denominaciones.

La Métrica D correlaciona el valor total en circulación con el promedio de sueldos y salarios diarios nominales, particionando los datos en donde exista evidencia de quiebre estructural². Para estimar las cantidades de billetes en circulación por denominación realiza regresiones entre la evolución de D y las cantidades acumuladas en circulación de las denominaciones 5D, 2D, D, D/2, D/5, D/10 y D/20. Con los parámetros de la regresión realiza pronósticos para diversos incrementos de salarios. Para determinar la cantidad necesaria de abastecimiento anual, adiciona a los incrementos en circulación la cantidad necesaria de billetes por reponer.

² Se refiere al desplazamiento o cambio de la pendiente de correlación.

Las principales diferencias metodológicas que se encuentran en este estudio al determinar la cantidad necesaria de compra, el valor total en circulación y la cantidad de billetes por denominación son:

Se propone que la cantidad necesaria de compra minimice el costo total (abastecimiento y mantenimiento de inventarios). Este enfoque, desde el punto de vista de costos, ayuda a que sea más eficiente la decisión de cuánto comprar. El modelo propuesto soluciona en gran medida el "dilema" que existe entre comprar un lote de billetes mayor al requerido a un precio con descuento y mantener bajos niveles de inventarios. También permite evaluar la sensibilidad de los cambios en los parámetros del modelo (costos, niveles de inventario, etc.).

El modelo propuesto toma en cuenta posibles restricciones de las capacidades de almacenamiento y de destrucción de billetes.

En este estudio se estima la demanda neta de billetes y no la evolución de la gama denominacional, porque en el mediano plazo no habrá cambios en la gama de billetes chilenos, con la excepción del cambio de billete de \$500 a moneda. Para determinar el valor total en circulación se emplean variables explicativas sustentadas en la teoría económica y en trabajos empíricos de estimación de demanda por dinero para Chile. Para estimar el modelo de pronóstico del valor total en circulación, se utiliza el método de cointegración.

Para estimar la cantidad de billetes en circulación por denominación se emplean modelos autorregresivos y de promedio móvil, basados en el análisis de las propiedades estadísticas de las series de tiempo y donde las variables se explican por su comportamiento pasado.

2. ASPECTOS TEÓRICOS

A. Funciones del dinero

Tradicionalmente se define el dinero como el inventario de activos utilizado en las transacciones económicas. Las funciones que desempeña el dinero son: medio de cambio,

unidad de cuenta y depósito de valor. Recientemente se han desarrollado estudios como el de Williamson y Wright (1994) que también le asignan al dinero un rol para garantizar el anonimato en las transacciones.

B. Modelos de inventarios

El sistema de inventarios es el conjunto de políticas y controles que supervisa los niveles de inventarios y determina principalmente cuáles son los niveles que se deben mantener, cuándo hay que reabastecer y cuánto hay que comprar.

Los modelos básicos de inventarios se pueden clasificar por **cantidad fija**, que calcula la cantidad óptima que debe abastecerse minimizando el costo total de inventarios; o por **período fijo**, que calcula la cantidad necesaria de abastecimiento minimizando el costo total esperado.

Los modelos de inventarios involucran algunos o todos los costos mencionados a continuación:

Costo de pedido. Se relaciona con la colocación de un pedido y no depende de su tamaño. Por lo general, se asume que el costo anual de pedido sea una función de costos convexa al origen, que decrece conforme se realizan menos pedidos anuales.

Costo unitario de compra. Es el costo variable relacionado con la compra de una unidad. Cuando se acepta que hay descuentos por volumen de compra, por lo general se asume que el costo es una función decreciente por intervalos de unidades de compra.

Costo de mantenimiento de inventarios. Son los costos que se incurren por mantener inventarios durante un período. Normalmente se asume que éste tiene una función lineal creciente conforme aumenta la cantidad de inventarios.

Costo de agotamiento o escasez. Es el costo que se deriva por no atender oportunamente la demanda (penalizaciones por demora en las entregas y pérdidas en ganancias).

La principal diferencia operativa entre estos modelos es que en el de cantidad fija se solicita abastecerse de una cantidad constante cuando se alcanza un nivel determinado de existencias (llamado punto de reorden); mientras que en el modelo de período fijo la solicitud de abastecimiento se realiza al término de un período constante.

El modelo de cantidad fija está incluido entre los modelos deterministas de inventarios ya que tiene como supuesto -entre otros- que la demanda sea conocida y de frecuencia constante. El modelo básico tiene varias extensiones como permitir descuentos por volumen de compra; aceptar desabastecimiento y atención diferida de la demanda, y recibir la cantidad fija de bienes según cronograma de entregas. Incluso con modificaciones, el modelo se puede aplicar cuando la demanda sea desconocida.

El modelo de período fijo está incluido dentro de los modelos probabilísticos de inventario, ya que supone que la demanda sea aleatoria con una función de probabilidad conocida. En la práctica, los modelos probabilísticos simples se han solucionado con el método de análisis marginal, y los más complejos con métodos de optimización como los de programación dinámica (Wagner y Whitin, 1958; y de Silver y Meal, 1985).

El objetivo de los modelos de inventarios es minimizar costos de compra, de pedido y de mantenimiento de inventarios, logrando reducir los niveles promedios. La visión de costo que incorporan permite, además, que el administrador pueda resolver el dilema entre el beneficio que puede obtener con descuentos por volumen de compra y el costo de mantener niveles de inventarios más altos que los necesarios. También puede identificar dónde necesita focalizar esfuerzos para reducir costos.

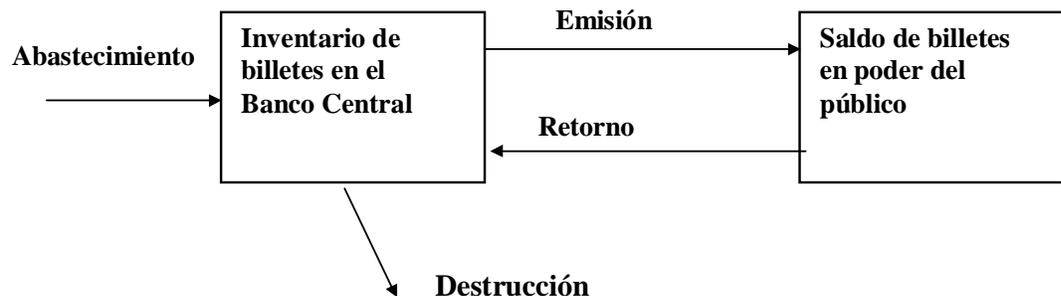
II. MODELO DE INVENTARIOS DE BILLETES PROPUESTO

2. ASPECTOS GENERALES

A. Administración de billetes en el Banco Central de Chile

La administración de los billetes y monedas está a cargo de la Tesorería General del Banco Central. Esta área tiene entre sus principales responsabilidades proponer la cantidad de abastecimiento de billetes y monedas; administrar inventarios de bóvedas propias y de las que mantiene en el Sistema de Custodia; emitir efectivo y recibir depósitos de los bancos; velar porque exista una adecuada cantidad y calidad del efectivo en circulación, y destruir los billetes en malas condiciones. En el Gráfico N° 1 se muestra un diagrama simplificado de los flujos y stock de billetes:

GRÁFICO 1: DIAGRAMA SIMPLIFICADO DEL MOVIMIENTO DE BILLETES



La Tesorería almacena los billetes en sus bóvedas y mantiene una parte del stock en custodia en las bóvedas del Sistema Bancario y en la Casa de Moneda. El almacenamiento en Custodia se utiliza para facilitar la atención al Sistema Bancario y se denominará Sistema de Custodia.

El stock de billetes en poder del público es la cantidad de billetes emitidos que están fuera del Banco Central. La variación de dicho stock en un determinado período es la diferencia entre la emisión y el retorno de billetes. A esta variación se denominará demanda neta de billetes en dicho período.

En cuanto a los flujos, la emisión de billetes la realiza la Tesorería del Banco Central, en especial a través de los saldos que mantiene en Custodia. Por su parte, los retornos de billetes tienen como principales fuentes los depósitos que realizan los bancos en el Sistema de Custodia, y en menor cantidad el canje de billetes que realiza el público en las ventanillas del Banco.

Los billetes a destruir son aquellos que la Tesorería retira al no estar en condiciones de calidad para circular. Por lo general, deben reponerse con billetes nuevos para mantener los niveles de circulación.

El abastecimiento de billetes lo realiza normalmente la Casa de Moneda de acuerdo con un programa de requerimientos que elabora la Tesorería. El Banco Central es el encargado de adquirir el papel para la impresión de los billetes.

B. Objetivo del modelo

El objetivo del modelo es minimizar los costos asociados a los inventarios que satisfaga la demanda neta y permita mantener en circulación billetes de buena calidad. Los resultados que proporciona son la cantidad de billetes por denominación que debe adquirir el Banco Central para satisfacer la demanda y la reposición de billetes, y los niveles de inventarios de billetes para cada denominación. Los resultados del modelo servirán a la Tesorería del Banco Central para tomar decisiones. Sin embargo, los valores obtenidos dependen de la política adoptada en torno a los inventarios de seguridad y del estado de conservación de los billetes en circulación.

Para resolver el problema de minimización de costos en el modelo de inventarios propuesto, se puede utilizar cualquier técnica de optimización como programación lineal (PL) o programación cuadrática, siempre que cumplan con las restricciones de demanda y reposición.

2. DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES RELEVANTES DEL MODELO

A. Gama de billetes

La gama de billetes la forman las denominaciones de \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000 y \$500. La gama varía de acuerdo con la evolución de la economía, en especial con el comportamiento de la inflación (la gama variará lento si se registran inflaciones razonablemente bajas y estables).

En relación con la variación de la gama, se estima que por lo menos en los próximos diez años³ no será necesario emitir el billete de \$50.000. En tanto, el billete de \$500 se cambiará a moneda probablemente en el año 2000.

B. Costos

Los principales costos asociados a la gestión de inventarios son el costo de abastecimiento y el costo de mantenimiento de inventarios.

a. Costo de abastecimiento de billetes

Es el costo de compra más el costo de pedido que se registra en la administración del Banco Central. Depende, entre otras, de las siguientes variables:

Las especificaciones técnicas de los billetes que en forma simplificada podemos expresarlas en el tipo de papel y tintas; las medidas de seguridad del billete, y los tipos de impresión que se utilicen. El costo aumenta con la complejidad y cantidad de medidas de seguridad incluidas en el billete.

El tamaño del lote a adquirir. El costo unitario disminuye, hasta cierta cantidad, al incrementarse los volúmenes de compra.

³ Con una tasa promedio anual de inflación de 6%.

Los plazos de entrega de los billetes. El costo puede aumentar cuando el plazo de la primera entrega es muy corto, por los sobrecostos que ocasionan al fabricante.

El costo aumenta cuando se trata de un billete nuevo, ya que es necesario preparar nuevas matrices de impresión, o cuando se reimprime y la fábrica no cuenta con las planchas de impresión ni las progresivas offset.

El costo de pedido se refiere a los gastos administrativos y operativos que incurre la administración del Banco Central durante el proceso de adquisición de billetes. El costo de pedido disminuye mientras mayor sea el volumen de compra y se mantengan inventarios.

En forma simplificada el costo anual de abastecimiento de billetes se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Costo de Abastecimiento} = \sum_{t=1}^{12} CAit(Qit) \dots\dots (1)$$

donde: $CAit(Qit)$ es el costo de abastecimiento en función de la cantidad Qit , del billete tipo "i", en el mes t; para todo $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$.

Qit : Es la cantidad necesaria de abastecimiento, del billete tipo "i", en el mes t; para todo $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$. Además de satisfacer la demanda, debe permitir la reposición de billetes deteriorados (Rit).

b. Costo de mantenimiento de inventarios de billetes

Los costos de mantener inventarios se refieren principalmente a los siguientes conceptos: alquiler del espacio⁴, inspecciones y controles, seguridad, primas de seguros, mano de obra del personal operativo para el cuidado y desplazamiento de inventarios y, sobre todo, el costo de oportunidad del capital inmovilizado.

⁴ Asignarse el costo alternativo del espacio para almacenamiento, si el espacio es propio.

El costo anual de mantenimiento de inventarios, en general, podemos expresarlo como:

$$\text{Costo de mantenimiento de inventarios} = \sum_{t=1}^{12} Clit(Iit) \dots\dots (2)$$

donde:

Clit(Iit): Es el costo de mantener inventario y es función de la cantidad de inventario *Iit*, del billete tipo "i" en el mes t, para todo i=\$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000 y \$500.

Iit: Es la cantidad en existencia que se mantiene en promedio, del billete "i" en el mes t, para i=\$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000 y \$500.

Los inventarios que debe mantener el Banco Central podemos clasificarlos de acuerdo con su función en:

Inventario de seguridad ante posibles variaciones de demanda, o paralizaciones de producción no planeadas por el proveedor.

Inventario de ciclo que resulta cuando la cantidad de unidades adquiridas es mayor a la necesidad inmediata de la Tesorería, con el fin de reducir los costos unitarios de compra.

Inventario estacional que se acumula cuando la demanda presenta comportamiento estacional y es necesario adquirir más durante los períodos de demanda baja para satisfacer los de demanda alta.

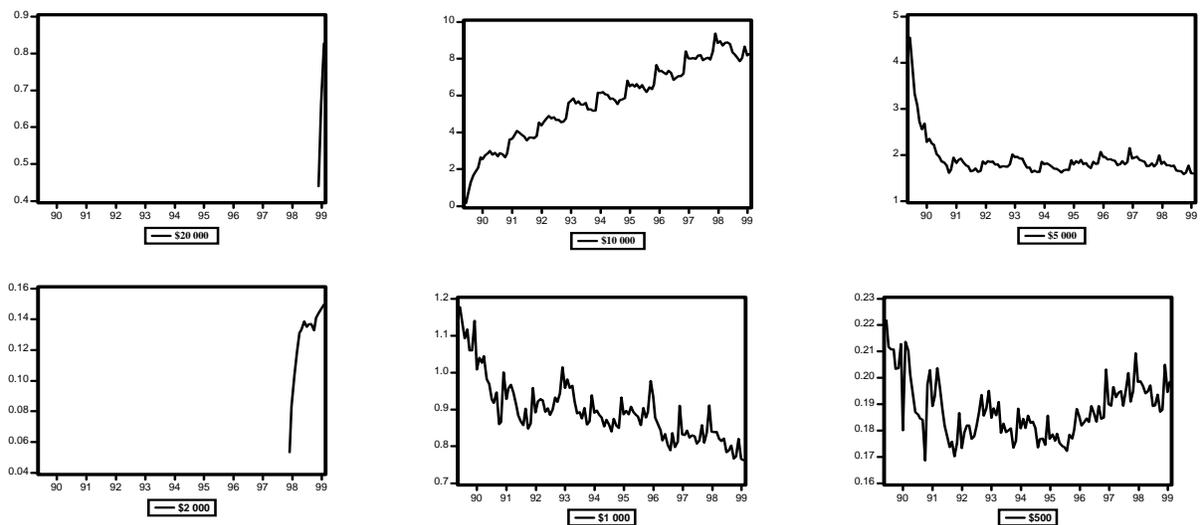
Inventario de tránsito constituido por los billetes adquiridos, pero que no se han recibido todavía hasta que el proveedor complete el lote de entrega.

C. Demanda neta de billetes

Definimos la demanda neta mensual como las variaciones mensuales de la cantidad de billetes en poder del público. Éstas pueden ser positivas o negativas. Si la variación

es positiva, la emisión de billetes de la denominación supera a los retornos de esos billetes al Banco Central y obtendremos una demanda neta positiva. En el caso contrario (retornos que superan a las cantidades emitidas), se obtiene una demanda neta negativa. La evolución de la cantidad de billetes en poder del público durante el período junio 1989 - febrero 1999 se muestra en el Gráfico N° 2.

GRÁFICO 2: EVOLUCIÓN DE LOS SALDOS REALES DE BILLETES EN CIRCULACIÓN



En este gráfico se aprecia que desde el punto de vista del valor, los billetes de \$20.000, \$10.000, \$2.000 y \$500 (a partir de 1995) presentan una participación creciente en los saldos en circulación; mientras que el billete de \$5.000 presenta una notoria disminución entre 1989 y 1991 para luego tener un comportamiento estable. El de \$1.000 es el único que muestra una tendencia negativa.

Los billetes de \$2.000 y \$20.000 comenzaron a circular en diciembre de 1997 y diciembre de 1998, respectivamente. Dada la sustitución que existe entre los billetes, estas nuevas denominaciones amortiguaron la expansión de la cantidad de los otros billetes. Sin embargo, el efecto total aún presenta rezago y progresivamente la participación será más importante, en especial la del billete de \$20.000.

D. Reposición de billetes

La reposición de billetes se define como la cantidad de billetes que necesita retirar el Banco Central para mantener un adecuado nivel de conservación de los que están en circulación. El tiempo que el billete circula en condiciones aceptables de calidad se denomina vida útil, y entre los factores que más afectan su duración está la calidad del papel, el cuidado del público y su velocidad de circulación. Por lo general, los billetes de baja denominación se deterioran más que los de alta denominación porque circulan con mayor velocidad.

La Tesorería ejecuta retiros de los depósitos que realiza principalmente el Sistema Bancario en el Sistema de Custodia. En su mayoría, estos depósitos son billetes no aptos para la circulación que se destruirán. Actualmente, la Tesorería no presenta problemas de capacidad para destruir billetes deteriorados; sin embargo, el cambio de billete a moneda de \$500 implicaría destruir progresivamente alrededor de 40 millones de billetes de dicha denominación, lo que se puede constituir en una restricción temporal.

El billete de \$500 es el que exhibe el mayor índice de retiro y representa alrededor del 90% de los depósitos anuales que realizan los bancos en esa denominación. En tanto, a los billetes de \$2.000 y \$1.000 le correspondieron retiros de 75% y 50% de sus depósitos anuales, respectivamente.

La cantidad de billetes en circulación y su vida útil son importantes para estimar la reposición que deberá realizar el Banco Central. La mayor cantidad de billetes en circulación, a fines de febrero de 1999, correspondía a las denominaciones de \$10.000 y \$1.000 (66% respecto del total de billetes); siguen las de \$5.000 y \$500 (29%) y, por último, las de \$20.000 y \$2.000 (5%).

E. Nivel del inventario de seguridad

La Tesorería del Banco Central (1998) tiene como política mantener inventarios de seguridad equivalente a ocho meses de demanda de billetes. El número de meses puede asociarse al tiempo que arbitrariamente se desea asegurar la atención de demanda o al tiempo que demora la primera entrega de un lote de billetes adquiridos mediante un

proceso de importación. El número de meses debiera disminuir si es más eficiente el proceso de abastecimiento.

El inventario de seguridad es una decisión importante en la gestión de inventarios de billetes, ya que mantener niveles mayores a los necesarios puede aumentar significativamente los costos. Hay métodos estadísticos para calcular el inventario de seguridad. Los más utilizados están en función de la probabilidad de que la demanda exceda el intervalo de seguridad, o del número esperado de unidades que no estarán en existencia para atender la demanda. Un aspecto central es determinar cuál es la demanda relevante que se utiliza en el cálculo del inventario de seguridad.

Para estimar el mayor valor que puede alcanzar la demanda mensual en cada una de las denominaciones (estadísticamente, con un 95% de nivel de confianza), se propone calcular la demanda promedio mensual, por ejemplo durante 12 meses, para \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000 y \$500 y adicionar a cada promedio el producto de dos veces la desviación estándar de sus demandas positivas correspondientes. El inventario de seguridad para cada denominación quedará determinado por el producto del mayor valor de demanda calculado por el número de meses que fija la Tesorería.

F. Restricciones de las variables

La demanda neta (Dit), la cantidad a reponer (Rit), la cantidad requerida de abastecimiento (Qit) y el inventario (Iit) deben cumplir la siguiente relación: Inventario Final del Mes (t) = Inventario Final del Mes (t-1) + Producción del Mes (t) - Demanda Neta del Mes (t) - Reposición del Mes (t)

Esta relación podemos expresarla de una manera reducida como:

$$Iit = Ii(t-1) + Qit - Dit - Rit \dots\dots(3)$$

Para atender la demanda y reposición, debe cumplirse que los inventarios sean siempre positivos, y verificarse la siguiente relación: $Ii_{t-1} + Qit - Dit - Rit \geq 0 \dots\dots (4)$

Para todo $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$; y $t = 1, 2, 3 \dots\dots 10, 11$ y 12

Además, las variables involucradas pueden estar sujetas a las siguientes restricciones:

Que se mantenga todos los meses un inventario mínimo o stock de seguridad. Si los inventarios de seguridad son constantes y fijos puede obviarse la restricción y añadirse al requerimiento de abastecimiento. Si bien el nivel óptimo de inventario de seguridad no es cero, el inventario se considera como ineficiencia en la gestión porque no aporta valor agregado.

Que los descuentos por volumen de compra permitan obtener costos de abastecimientos constantes para intervalos de cantidades de compra. Esta posibilidad genera nuevas restricciones de abastecimientos de billetes en el período.

Que los inventarios estén sujetos a restricciones de capacidad de almacenamiento. Actualmente ésta no es crítica para el Banco Central de Chile, debido al uso del Sistema de Custodia, pero hay que tomar en cuenta que ocupar muchos almacenes implica mayores costos de control y dificulta la administración.

La cantidad de billetes a reponer puede estar limitada por la capacidad de destrucción del Banco Central. Actualmente la Tesorería del Banco Central de Chile no tiene problemas de capacidad de destrucción.

3. FORMULACIÓN DEL MODELO DE INVENTARIOS

A. SUPUESTOS DEL MODELO

El modelo asume que las cantidades en circulación son adecuadas; es decir, la Tesorería ha emitido de acuerdo con lo solicitado por el sistema bancario y no en forma discrecional. Implica que no será necesario realizar ajustes parciales por desviación de la cantidad de billetes en circulación respecto de la óptima, al no existir escasez de billetes para atender la demanda.

Se asume estabilidad en la gama de billetes; es decir, el modelo no considera la posibilidad de incorporar billetes de mayor valor nominal o retirar billetes de menor valor nominal (por ejemplo, hay que modificar la función objetivo y las restricciones si se retira el billete de \$500). El modelo tampoco considera cambios de política que afectan el comportamiento de la demanda (por ejemplo, la obligación de usar cobradores automáticos en el transporte público).

Considera como parámetros conocidos la demanda neta mensual y el programa de reposición mensual de billetes que define la Tesorería, a partir del estado de conservación de los billetes en circulación.

Considera que pueden estimarse costos realistas de pedido y almacenamiento. El costo de escasez no se incluye, ya que el modelo supone no desabastecer la demanda de billetes.

Se considera que los proveedores no tienen restricciones en plazos y cantidades de entrega para atender las necesidades del Banco Central.

Los resultados obtenidos no toman en cuenta los inventarios en tránsito y la solución del modelo debe ajustarse según los inventarios de ciclo.

La función objetivo del modelo es el mínimo costo de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios, y se puede representar de la siguiente manera:

$$\text{Función objetivo: } \underset{Q_{it}, I_{it}}{\text{Mín}} Z = \sum_{t=1}^{12} (CA_{it}(Q_{it}) + CI_{it}(I_{it})) \dots (5)$$

Donde:

CA_{it} : Es el costo de abastecimiento del billete tipo "i" en el mes t, que depende de la cantidad requerida de abastecimiento.

Q_{it} : Es la cantidad requerida de abastecimiento del billete tipo "i" en el mes t.

CI_{it} : Es el costo de mantenimiento de inventario del billete tipo "i" en el mes t, que depende de la cantidad que se mantenga de inventario promedio mensual.

I_{it} : Es el inventario promedio del billete "i" durante el mes t.

Para todo billete $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$.

La función objetivo está sujeta a las siguientes restricciones:

a. Atención de demanda y reposición de billetes

$$I_{it} = I_{i,t-1} + Q_{it} - D_{it} - R_{it} \geq 0 \dots (6)$$

Donde:

$I_{i,t-1}$: Es el inventario final del billete "i" en el mes t-1.

Q_{it} : Es la cantidad requerida de abastecimiento del billete "i" en el mes t.

D_{it} : Es la demanda neta del billete "i" en el mes t.

R_{it} : Es la cantidad necesaria a reponer del billete "i" en el mes t.

Para todo: $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$; $t = 1, 2, 3 \dots 10, 11$ y 12 .

b. Capacidad de almacenamiento

$$I_t \leq \text{Cap. Máx. e} \dots (7)$$

Donde:

I_t : Es el inventario final acumulado de todos los billetes en el mes t.

Cap. Máx. e : Es la capacidad máxima de almacenamiento del Banco Central.

Para todo: $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$; $t = 1, 2, 3 \dots 10, 11$ y 12 .

c. Inventario de seguridad, para atender "n" meses la demanda y la reposición

$$I_{it} \geq \dots (8)$$

$$\sum_{t=1}^n D_{it}^*$$

Donde:

$I_{i,t}$: Es el inventario final del billete i en el mes t .

D^*it : Es la demanda promedio anual más 2 veces la desviación estándar, para el billete " i " en el mes t .

Para todo: $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$; $t = 1, 2, 3 \dots n$

d. Capacidad de destrucción

$$R_{it} \leq \text{Cap. Máx. d} \dots (9)$$

Donde:

R_{it} : Es la cantidad total de billetes en el mes t .

Cap. Máx. d : Es la capacidad máxima de destrucción del Banco Central.

Para todo: $i = \$20.000, \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000$ y $\$500$; $t = 1, 2, 3 \dots 10, 11$ y 12 .

El modelo considera como variables de decisión la cantidad requerida mensual de abastecimiento y los niveles de inventarios mensuales para un período de 12 meses. Para determinar el requerimiento anual de abastecimiento por denominación simplemente debemos sumar los requerimientos mensuales de billetes que nos proporciona el modelo.

Las variables exógenas al modelo son las siguientes:

- Las funciones de costos de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios.
- La demanda neta mensual de billetes por denominación.
- La cantidad mensual a reponer por denominación. La reposición en el modelo funciona como una demanda neta adicional.
- La capacidad máxima de almacenamiento del Banco Central.
- La capacidad de destrucción de billetes del Banco Central.
- El nivel de inventario de seguridad que tomará en cuenta el Banco Central.

Limitaciones del modelo

Si las restricciones son lineales y se aplica programación lineal para resolver el problema de optimización, el costo unitario de compra debe ser constante. En caso de ser una función cuadrática que se presenta regularmente en modelos de inventarios, se pueden realizar particiones para hacer lineal la función objetivo, o resolver el problema utilizando el método de programación cuadrática. De acuerdo con los supuestos del modelo, se optimiza la cantidad de inventarios del Banco Central y no la cantidad óptima de efectivo en circulación.

No considera que las variaciones de un mes a otro en la cantidad requerida puedan incrementar los costos de compra ni tampoco posibles incrementos de costos de compra por solicitar entregas variables.

Para solucionar el problema de programación lineal o cuadrática se requiere del uso de un computador y de un software de optimización disponible en el mercado, debido a la cantidad de variables y restricciones que intervienen en el modelo. El ingreso de datos es largo y tedioso; sin embargo, ello sucede con la preparación de la primera matriz porque al tener construido el modelo base se pueden realizar modificaciones con facilidad.

4. ESTIMACIÓN DE LA DEMANDA DE BILLETES

La demanda neta de billetes se estimará a través de las variaciones del saldo de billetes en poder del público. Las series de datos disponibles son mensuales, por tipo de billete y corresponden al período junio 1989-febrero 1999. Luego de las pruebas estadísticas correspondientes, para estimar el valor total de billetes en circulación se utilizará el método de cointegración que proporciona un modelo estable para realizar pronósticos. Para obtener los saldos de billetes en poder del público (\$10.000, \$5.000, \$1.000 y \$500) se utilizarán modelos autorregresivos y de promedio móvil. En relación con estos últimos modelos, hay que señalar que no son muy estables y sirven para realizar pronósticos de corto plazo.

Los billetes de \$20.000 y \$2.000 no podrán ser estimados con modelos autorregresivos o de promedio móvil debido a la falta de datos. Para estimar sus saldos en circulación, se utiliza el método de suavización exponencial para \$2.000. Para \$20.000 se calcula por diferencia utilizando la estimación del valor total del stock de billetes en poder del público y los pronósticos de cada una de las denominaciones. La principal desventaja de estas estimaciones es que acumulan errores de pronósticos de los modelos anteriores.

A. ESTIMACIÓN DEL VALOR DEL SALDO DE BILLETES EN CIRCULACIÓN

Se considera que el stock de billetes en poder del público tiene las siguientes variables explicativas:

El índice de actividad económica (Imacec) como una aproximación de la medición del volumen de transacciones.

La tasa de interés como variable del costo de oportunidad.

El tipo de cambio de acuerdo con el estudio de sustitución de monedas en América Latina de Melvin y Ladman (1991), y con el trabajo empírico desarrollado para estimar la demanda de dinero en Chile de Apt y Quiroz (1992).

La ecuación utilizada es:
$$VB = A * Y^\alpha * I^\beta * TC^\gamma * e^\varepsilon \dots (10)$$

Donde:

VB : Es el valor del saldo real de billetes en poder del público.

Y : Es el índice de actividad económica; I : Es la tasa de interés.

TC : Es el tipo de cambio; ε : Es el error aleatorio; y A, α, β, γ : son constantes.

Las variables transformadas se detallan a continuación y su evolución se muestra en el Gráfico N° 3.

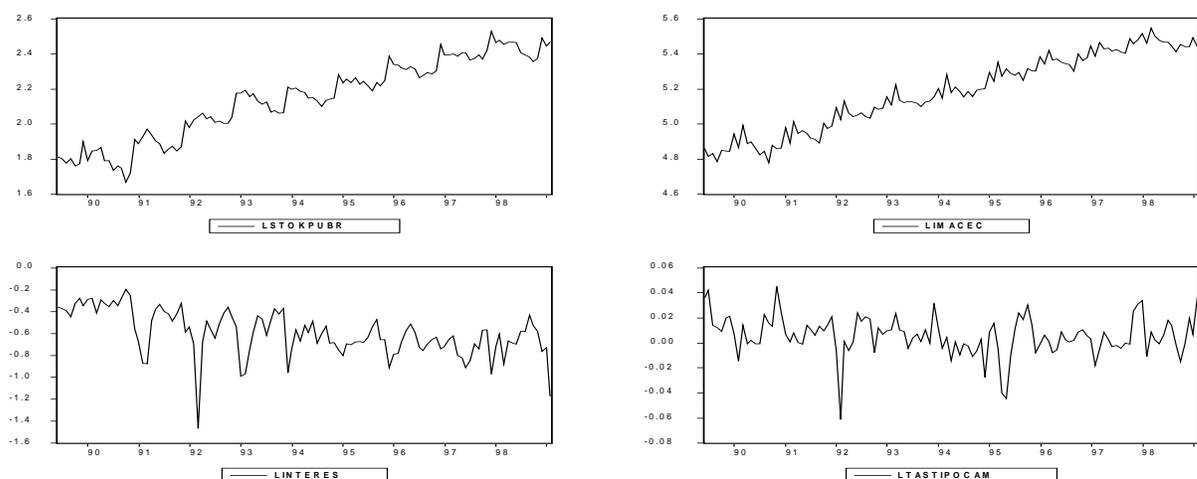
LSTOKPUBR: Es el logaritmo del valor real del stock de billetes en poder del público al término del período. El índice de precios al consumidor utilizado para deflactar tiene como base dic. '98 = 100.

LIMACEC: Es el logaritmo de la serie original del índice de actividad económica, con base promedio 1986=100.

LINTERES: Es el logaritmo de la tasa de interés evaluada en $(i/(1+i))$ donde i corresponde a la tasa de captación sin reajuste de 30 a 89 días.

LTASTIPOCAM: Es el logaritmo de la tasa de variación mensual del tipo de cambio nominal (TC_t/TC_{t-1}) .

GRÁFICO 3: EVOLUCIÓN DE LAS SERIES (JUNIO 1989-FEBRERO 1999)



Para determinar las características de las series se utilizarán las relaciones que permitan determinar si son TSP (estacionarias alrededor de una tendencia) o DSP (siguen procesos estacionarios en diferencia), mediante pruebas a los residuos de raíz unitaria y de normalidad. Las pruebas de raíz unitaria aplicadas son la ADF (Augmented Dickey-Fuller) y de normalidad la de Jarque-Bera. En el Cuadro N° 1 se muestra el resultado de las pruebas realizadas a cada una de las series.

CUADRO 1: CARACTERÍSTICAS DE LAS SERIES

CARACTERÍSTICAS	LSTOKPUBR	LIMACEC	LINTERES	LTASTIPOCAM
Orden de Integración	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)
Tipo de Tendencia	TSP	TSP	DSP	DSP
Orden de Rezagos en 2ª diferencia	15	8		12
Estacionaria				
Con tendencia	Sí	Sí	Sí	No
Con intercepto	Sí	Sí	Sí	Sí

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

Dado que las series LSTOKPUBR, LIMACEC, LINTERES y LTASTIPOCAM son integradas de orden uno, y que las series LINTERES y LTASTIPOCAM son DSP, se evaluará si las series cointegran, tal como recomiendan Hiden, Peel y Thompson (1990).

B. MODELO DE COINTEGRACIÓN PARA EL SALDO DE BILLETES EN CIRCULACIÓN

Se utilizará la prueba de cointegración de Phillips, Ouliaris y Hansen (1991). Ésta sostiene como hipótesis nula que la relación de cointegración sea espuria en el sentido de Granger y Newbold (1969). En caso contrario, se acepta que las variables cointegran. Los valores críticos de esta prueba se estimaron mediante simulaciones de Montecarlo y están calculados en el libro de James Hamilton (1994, tabla B.8).

La relación de cointegración a probar es la siguiente:

$$LSTOKPUBR = C_0 + C_1 * LIMACEC + C_2 * LINTERES + C_3 * LTASTIPOCAM + \sum_{j=1}^{11} B_j * D_j + Et... (14)$$

Donde los D_j son variables estacionales utilizadas por el comportamiento de las series. Los parámetros (C_0, C_1, C_2, C_3, B_j) y el error (Et) se obtienen por mínimos cuadrados ordinarios. El error Et debe ser estacionario con media cero y varianza constante y, además, no debe estar correlacionado con el error Ut obtenido de la ecuación univariada $Y_t - Y_{t-1} = Ut$; donde la variable Y_t representa la matriz de las series LIMACEC, LINTERES y LTASTIPOCAM. El resultado de las pruebas aplicadas al residuo Et se muestra en el Cuadro N° 2.

CUADRO 2: PRUEBA A LOS RESIDUOS DE LA RELACIÓN DE COINTEGRACIÓN

Prueba de raíz unitaria	Calculado	Crítico (1)
Prueba Dickey-Fuller aumentada	-7,77	-2,58
Prueba de normalidad y media cero	Calculado	Crítico (2)
Jarque-Bera	0,57	5,99
Media de los residuos: -9,75E-16		
Prueba de heterocedasticidad	Calculado	Crítico (2)
ARCH(1)	0,62	3,84
ARCH(3)	2,49	7,82

(1) VALOR CRÍTICO DE MACKINNON AL 99% DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS DE RECHAZO PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 95%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los resultados obtenidos en las pruebas podemos concluir que el error E_t de la relación de cointegración es estacionario, y estadísticamente tiene una distribución normal con media cero y varianza constante.

Para probar si las variables cointegran se calcula el estadístico (Z_p) de Phillips, Ouliaris y Hansen, obtenido de la siguiente ecuación:

$$\frac{\sum_{t=2}^T E_t^2}{(T-1)} = \rho * E_{t-1} + U_t$$

$$Z_p = (T-1) * (\rho - 1) - (1/2) * [(T-1) * \sigma_p \div S]^2 * (\lambda^2 - C_0) \quad \dots (15)$$

donde:

T : es el tamaño de la muestra (116 observaciones).

ρ : es el coeficiente de E_{t-1} , que se obtiene por OLS de la ecuación

σ_p : es la desviación estándar del error del coeficiente

S : se obtiene de

λ^2 : se obtiene de la relación $\lambda^2 = C_0 + 2 * \sum_{j=1}^{12} [1 - (j/13)] * C_j$

$$Cj : \text{ se obtiene de } Cj = (T-1)^{-1} * \sum_{t=j+2}^T Et \cdot Et - j$$

El estadístico Zp calculado para la ecuación de cointegración es -47,7 y el valor crítico de tablas es de -27,1 (caso 3); con lo cual rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la evidencia de cointegración entre las variables.

Para estimar la ecuación de cointegración se empleó la metodología sugerida por Phillips y Loretan (1991). La ecuación general incluye en lado derecho variables explicativas adelantadas (*leads*) y rezagadas (*lags*), así como rezagos del residuo de la relación de cointegración⁵. Esta última inclusión en la ecuación nos permite superar problemas de autocorrelación que podrían existir entre los residuos *Et* y los residuos de la ecuación univariada para las series LIMACEC, LINTERES y LTASTIPOCAM.

La ecuación general de cointegración es la siguiente:

$$Y_{1t} = \alpha + \gamma' \cdot Y_{2t} + \sum_{s=-p}^p \beta' \cdot \Delta Y_{2,t-s} + \sum_{s=1}^p \phi_s \cdot (Y_{1,t-s} - \gamma' \cdot Y_{2,t-s}) + \varepsilon_t \dots (16)$$

Donde: Y_{1t} es LSTOKPUBR; γ', β' y ϕ_s son matrices de coeficientes, Y_{2t} es la matriz de variables explicativas (LIMACEC, LINTERES, LTASTIPOCAM), α es la constante y ε_t es el error aleatorio. El valor del parámetro "p" determina el número de *leads* y *lags* que se emplea en la ecuación.

Para determinar los parámetros y encontrar la relación de largo plazo, los autores demuestran -utilizando teoría asintótica- que de estimarse los parámetros por OLS se obtienen coeficientes sesgados; y sugieren emplear métodos como el estimador de máxima verosimilitud (MLE) o el de mínimos cuadrados no lineales (NLS). El método que se usará para estimar los parámetros de la ecuación de cointegración será el de NLS, que es un método iterativo que minimiza la suma de los residuos al cuadrado.

Se realizaron varias estimaciones utilizando diferentes valores de "p" (referido en la ecuación general de cointegración). El objetivo era encontrar un modelo con buen ajuste (medido por el R2 ajustado) y residuos bien comportados; dándose preferencia a

⁵ El residuo utilizado en la ecuación de cointegración no incluye variables estacionales.

los modelos más parsimoniosos. Con esa premisa se obtuvo la siguiente ecuación de cointegración:

$$\begin{aligned} \text{LSTOKPUBR} = & C(1) + C(2)*\text{LIMACEC} + C(3)*\text{LINTERES} + C(4)*\text{LTASTIPOCAM} + \\ & C(5)*D(\text{LIMACEC}(1)) + C(6)*D(\text{LIMACEC}) + C(7)*D(\text{LIMACEC}(-1)) + \\ & C(8)*D(\text{LINTERES}(1)) + C(9)*D(\text{LINTERES}) + C(10)*D(\text{LINTERES}(-1)) + \\ & C(11)*D(\text{LTASTIPOCAM}(1)) + C(12)*D(\text{LTASTIPOCAM}) + C(13)*D(\text{LTASTIPOCAM}(-1)) + \\ & C(14)*(\text{LSTOKPUBR}(-1) - C(1) - C(2)*\text{LIMACEC}(-1) - C(3)*\text{LINTERES}(-1) - \\ & C(4)*\text{LTASTIPOCAM}(-1)) + C(15)*D1 + C(16)*D2 + C(17)*D3 + C(18)*D4 + C(19)*D5 \\ & + C(20)*D6 + C(21)*D7 + C(21)*D8 + C(22)*D9 + C(23)*D10 + C(24)*D11 \end{aligned}$$

Donde las variables D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10 y D11 son variables estacionales. Los valores de los coeficientes y los estadísticos se muestran en el Cuadro N° 3.

CUADRO 3: ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y ESTADÍSTICOS

Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1989:08 1999:01; Included observations: 114 after adjusting endpoints

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC		COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC
C(1)	-2.507077	0.182990	-13.70060	C(2)	0.920826	0.033847	27.20595
C(3)	-0.234350	0.053707	-4.363503	C(4)	0.865463	0.532070	1.626597
C(5)	0.044735	0.112181	0.398773	C(6)	-0.866510	0.127557	-6.793132
C(7)	0.083619	0.120702	0.692769	C(8)	-0.028378	0.017219	-1.648103
C(9)	0.159492	0.046898	3.400823	C(10)	0.000983	0.015828	0.062099
C(11)	0.068933	0.154658	0.445714	C(12)	-0.711329	0.441365	-1.611657
C(13)	-0.212685	0.176185	-1.207169	C(14)	0.559520	0.079486	7.039237
C(15)	-0.132643	0.019411	-6.833301	C(16)	-0.123390	0.014423	-8.554898
C(17)	-0.104570	0.017949	-5.825990	C(18)	-0.137650	0.019475	-7.067996
C(19)	-0.119610	0.017829	-6.708601	C(20)	-0.114461	0.015574	-7.349459
C(21)	-0.133577	0.014320	-9.328155	C(22)	-0.107894	0.011091	-9.728010
C(23)	-0.124390	0.013381	-9.295938	C(24)	-0.124606	0.015330	-8.128222
Estadísticos							
MEAN DEPENDENT VAR 2.145380				ADJUSTED R-SQUARED 0.992723			
S.E. OF REGRESSION 0.019009				SUM SQUARED RESID 0.032522			
				F-STATISTIC 671.2796			
				S.D. DEPENDENT VAR 0.222846			

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

A los residuos de la ecuación de cointegración se aplicaron pruebas de raíz unitaria, normalidad y de heterocedasticidad. Los resultados se muestran en el Cuadro N° 4.

CUADRO 4: PRUEBAS A LOS RESIDUOS DE LA ECUACIÓN DE COINTEGRACIÓN

Prueba de raíz unitaria	Calculado	Crítico
Prueba Dickey-Fuller aumentada	-11,71	-2,58 (1)
Prueba de Normalidad		
Jarque-Bera estadístico	1,66	5,99 (2)
Probabilidad de normalidad: 44%		
Media de los residuos: 7,38 E-15		
Prueba de heterocedasticidad		
ARCH(1)	0,61	3,84 (2)
ARCH(3)	7,94	7,82 (2)
ARCH(4)	7,72	9,49 (2)
Prueba de autocorrelación a los residuos		
Ljung Box Q-est(1)	1,19	3,84 (2)
Ljung Box Q-est(25)	26,14	36,42 (2)

(1) VALOR CRÍTICO DE MacKINNON AL 99% DE NIVEL DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 95%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

En general, los residuos de la ecuación de cointegración muestran buen comportamiento; sin embargo, no hay evidencia estadística completa de la ausencia de heterocedasticidad ya que en la prueba ARCH(3) el valor calculado 7,94 supera ligeramente el valor crítico 7,82. Dado este resultado se aplicó el método de White (1980), que estima una matriz de covarianzas consistente con la heterocedasticidad y corrige la desviación estándar de los coeficientes y los estadísticos t. Esta corrección será útil para realizar pronósticos.

La representación de la ecuación de cointegración no varía, como tampoco el valor de los coeficientes y de los otros estadísticos. La corrección de la desviación estándar de los coeficientes y de los estadísticos t se presenta en el Cuadro N° 5.

CUADRO 5: CORRECCIÓN A LA ECUACIÓN DE COINTEGRACIÓN

Dependent Variable: LSTOKPUBR; Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1989:08 1999:01
 Included observations: 114 after adjusting endpoints; Convergence achieved after 24 iterations
 White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

	STD. ERROR	T-STATISTIC		STD. ERROR	T-STATISTIC
C(1)	0.177912	-14.09165	C(2)	0.034120	26.98802
C(3)	0.061440	-3.814265	C(4)	0.456754	1.894812
C(5)	0.110196	0.405953	C(6)	0.129365	-6.698182
C(7)	0.144740	0.577715	C(8)	0.016802	-1.688936
C(9)	0.049386	3.229508	C(10)	0.013128	0.074870
C(11)	0.154974	0.444805	C(12)	0.381640	-1.863875
C(13)	0.166436	-1.277881	C(14)	0.089502	6.251490
C(15)	0.018821	-7.047481	C(16)	0.014240	-8.665147
C(17)	0.018783	-5.567193	C(18)	0.017690	-7.781289
C(19)	0.017001	-7.035637	C(20)	0.014387	-7.955565
C(21)	0.013254	-10.07789	C(22)	0.008660	-12.45876
C(23)	0.012712	-9.784947	C(24)	0.013213	-9.430460

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los cuadros N° 3, N° 4 y N° 5 podemos concluir lo siguiente:

La tasa de interés es estadísticamente significativa y el signo del coeficiente es negativo. Por lo tanto, es consistente con la teoría económica.

El coeficiente del índice Imacec es cercano a uno, lo que indica un alto grado de correlación entre este indicador y los saldos reales de billetes en circulación. La tasa del tipo de cambio no es estadísticamente significativa y el signo del coeficiente es positivo, lo que indicaría que no hay evidencia de sustitución monetaria. Además, esta variable muestra una elevada variabilidad del error, debido principalmente a la característica DSP de la serie.

La ecuación presenta buen ajuste con un R^2 ajustado de 0,99 y una desviación estándar del error de la regresión de 1,9%. Asimismo, las variables consideradas explican la variable dependiente de acuerdo con el valor de 671 que arroja la prueba conjunta F-estadístico.

Existen algunas variables que no son estadísticamente significativas de acuerdo con los valores del *t-Statistic*, pero que se han mantenido debido a que su eliminación afecta el comportamiento de los residuos. Además, todas las variables estacionales son estadísticamente significativas.

Los residuos en general se comportan bien; es decir, estacionarios, normales, con media cero y varianza constante y no están autocorrelacionados.

Es suficiente evaluar la ecuación de cointegración con el valor de $\rho=1$ para obtener una ecuación con buen ajuste y residuos bien comportados. Se realizaron estimaciones considerando en la ecuación general de cointegración un valor de 2 para el parámetro "p", obteniéndose resultados similares en el nivel de ajuste y buen comportamiento de los residuos.

C. PRONÓSTICO DE LA DEMANDA NETA DE BILLETES EN CIRCULACIÓN

Para realizar los pronósticos mensuales de diciembre 1998 a junio 1999, se aplicó el método dinámico que utiliza el propio pronóstico del saldo de billetes en poder del público; además de los valores reales que registró el Imacec, la tasa de interés, el tipo de cambio y el IPC. Los pronósticos obtenidos son los logaritmos del valor del saldo real de billetes en circulación, que deben transformarse a sus valores nominales. Con ellos se determina la demanda neta del mes "t" con la siguiente relación: Demanda neta_t = Saldo de Billetes en circulación_t - Saldo de Billetes en circulación_{t-1}.

Los pronósticos mensuales del saldo de billetes en circulación y la demanda neta mensual comparados con los valores reales se muestran en el Cuadro N° 6.

Las desviaciones del pronóstico y de la demanda neta no son estadísticamente significativas para un intervalo de confianza al 95%⁶.

⁶ Los límites del intervalo de confianza al 95% son: media muestral +/- 2 veces la desviación estándar de la muestra.

CUADRO 6: SALDO TOTAL DE BILLETES EN CIRCULACIÓN Y DEMANDA NETA

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE PESOS)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE PESOS)
Dic. 98	1 218 828.00	1 204 244.09	1%	156 938.00	133 129.51
Ene. 99	1 169 383.00	1 150 320.19	2%	-49 445.00	-53 923.89
Feb. 99	1 198 503.00	1 174 926.17	2%	29 120.00	24 605.98
Mar. 99	1 197 915.00	1 161 988.31	3%	-588.00	-12 937.86
Abr. 99	1 182 312.00	1 235 210.59	-4%	-15 603.00	73 222.28
May. 99	1 135 410.00	1 191 290.88	-5%	-46 902.00	-43 919.71
Jun. 99	1 153 030.00	1 149 201.19	0%	17 620.00	-42 089.69

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

D. ESTIMACIÓN DEL SALDO DE BILLETES DE \$10.000, \$5.000, \$1.000 Y \$500 EN CIRCULACIÓN

Se utilizarán modelos autorregresivos y de promedio móvil para estimar los saldos de billetes en circulación por denominación (metodología de Box-Jenkins, 1978). Las variables usadas en los modelos autorregresivos y de promedio móvil son transformaciones de las variables originales y se detallan a continuación:

LTDIEZ: Logaritmo de $(SDIEZ_T / SDIEZ_{T-1})$.

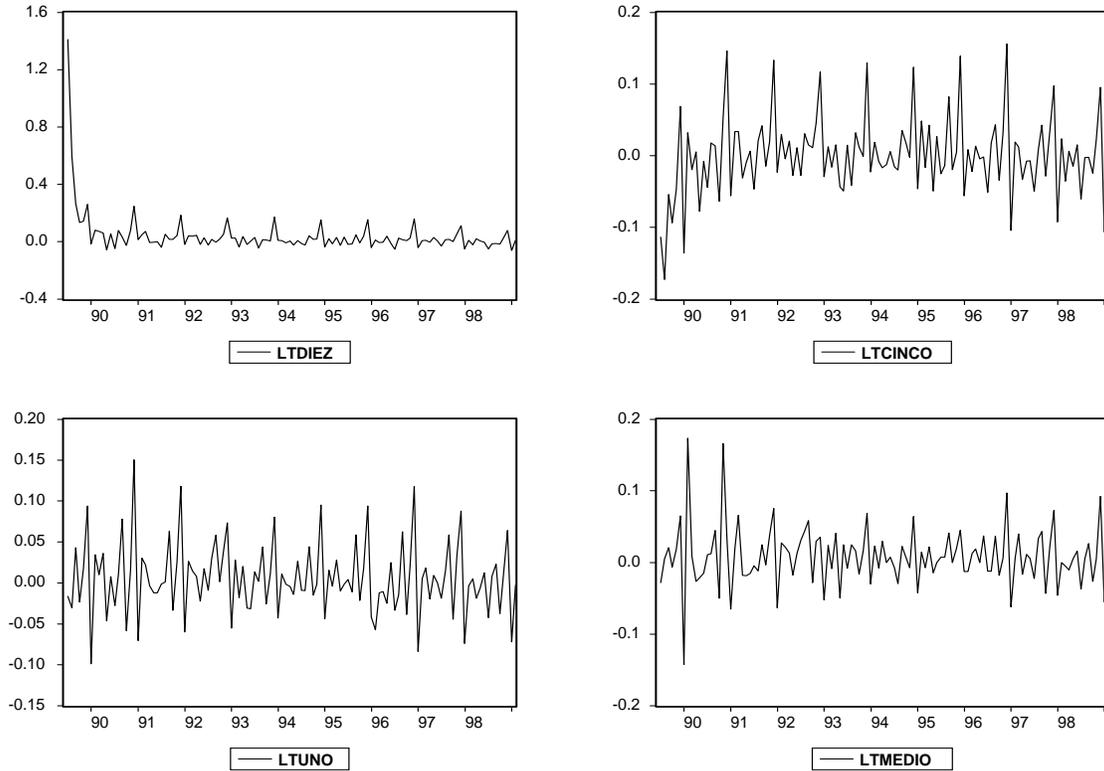
LTCINCO: Logaritmo de $(SCINCO_T / SCINCO_{T-1})$.

LTUNO: Logaritmo de $(SUNO_T / SUNO_{T-1})$.

LTMEDIO: Logaritmo de $(SMEDO_T / SMEDIO_{T-1})$.

Donde SDIEZ, SCINCO, SUNO y SMEDIO son los valores del saldo mensual de billetes en poder del público de \$10.000, \$5.000, \$1.000 y \$500, respectivamente. Las series transformadas presentan comportamientos estacionales y su evolución durante el período junio 1989 - febrero 1999 se muestra en el Gráfico N°4.

GRÁFICO 4: EVOLUCIÓN DE LAS SERIES TRANSFORMADAS (JUNIO 1989 - FEBRERO 1999)



El resumen de las características de las series: LTDIEZ, LTCINCO, LTUNO y LTMEDIO se presentan en el Cuadro N° 7.

CUADRO 7: CARACTERÍSTICAS DE LAS SERIES LTDIEZ, LTCINCO, LTUNO Y LTMEDIO

CARACTERÍSTICAS	LTDIEZ	LTCINCO	LTUNO	LTMEDIO
Orden de Integración	I(0)	I(0)	I(0)	I(0)
Tipo de Tendencia	TSP	TSP	TSP	TSP
Orden de Rezagos en 1ª diferencia	D(12)	D(12)	D(10)	D(11)
Estacionaria				
Con tendencia	Sí	Sí	Sí	Sí
Con intercepto	Sí	Sí	Sí	Sí

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

La metodología de Box-Jenkins es iterativa; por ello se realizaron pruebas con diferentes representaciones del tipo autorregresivo puro, de promedio móvil puro y

combinaciones de ambos tipos hasta conseguir modelos que muestren un aceptable ajuste y buen comportamiento de los residuos. Se dio preferencia a los modelos más parsimoniosos.

Por el comportamiento de las series en todos los modelos se incluirán variables estacionales, y se usará el método de mínimos cuadrados no lineales para la estimación de los parámetros.

a. Modelo de Pronóstico del saldo de billetes de \$10.000 en circulación

El modelo ARMA para LTDIEZ y el resumen de las pruebas a los residuos del modelo se muestran en el Cuadro N° 8.

CUADRO 8: MODELO PARA LTDIEZ (\$10.000) Y PRUEBAS A LOS RESIDUOS

Dependent Variable: LTDIEZ; Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1989:09 1999:02
Included observations: 114 after adjusting endpoints; Convergence achieved after 15 iterations
Estimación de parámetros

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC		COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC
D1	-0.026288	0.013572	-1.937014	D2	0.026229	0.013596	1.929223
D3	0.006028	0.014243	0.423200	D4	0.018275	0.014362	1.272470
D5	-0.009044	0.014255	-0.634467	D6	0.008948	0.014358	0.623166
D7	-0.029938	0.014263	-2.099022	D8	0.008023	0.014286	0.561605
D9	0.015035	0.013837	1.086639	D10	0.003725	0.013693	0.272041
D11	0.040538	0.013627	2.974761	D12	0.165070	0.013579	12.15603
AR(2)	0.163670	0.023832	6.867652	MA(4)	0.066498	0.038814	1.713249
MA(5)	0.197299	0.039818	4.954972	MA(12)	0.695242	0.050307	13.81994
ESTADÍSTICOS							
MEAN DEPENDENT VAR 0.025589 ADJUSTED R-SQUARED 0.842109 S.D. DEPENDENT VAR 0.063229							
S.E. OF REGRESSION 0.025125 SUM SQUARED RESID 0.061862 F-STATISTIC 41.17891							
PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA A LOS RESIDUOS				CALCULADO	CRÍTICO		
PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA				-11,98	-2,58 (1)		
PRUEBA DE NORMALIDAD A LOS RESIDUOS							
JARQUE-BERA ESTADÍSTICO				1,16	7,38 (2)		
PROBABILIDAD DE NORMALIDAD: 56%;							
MEDIA DE LOS RESIDUOS: -2,35 E-4							
PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD A LOS RESIDUOS							
ARCH(1)				0,00	5,02 (2)		
ARCH(4)				1,62	11,14 (2)		
PRUEBA DE AUTOCORRELACIÓN A LOS RESIDUOS							
LJUNG BOX Q-EST(5)				5,69	12,83 (2)		
LJUNG BOX Q-EST(25)				39,78	40,65 (2)		

(1) VALOR CRÍTICO DE MACKINNON AL 99% DE NIVEL DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 97,5%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los resultados mostrados en el Cuadro N° 8 se desprende lo siguiente:

El promedio móvil de cuarto orden si bien no es significativo -de acuerdo con el valor del estadístico t- su exclusión afecta el comportamiento de los residuos.

En las variables estacionales sólo son estadísticamente significativas las de julio, noviembre y diciembre.

Los estadísticos R^2 ajustado es de 84% y la desviación estándar del error de la regresión es de 2,5%, lo que indica un ajuste aceptable.

Los residuos son estacionarios. Estadísticamente siguen una distribución normal estándar.

b. Pronósticos del saldo de billetes de \$10.000 en circulación

Para realizar los pronósticos mensuales de diciembre 1998 a junio 1999, se aplicó el método dinámico que utiliza sus propios pronósticos para calcular los subsiguientes. Los pronósticos obtenidos son el logaritmo de la tasa mensual del saldo de billetes de \$10.000 en circulación, y estos valores deben transformarse para determinar los valores nominales del saldo de billetes en circulación. Con los valores mensuales de los billetes en circulación se determinan por diferencia las demandas netas mensuales, en forma similar al procedimiento seguido para el valor total de billetes en circulación. Los pronósticos mensuales y sus desviaciones porcentuales respecto de los valores reales del saldo de billetes en circulación, así como la demanda neta mensual obtenida de los pronósticos y los valores reales se muestran en el Cuadro N° 9.

CUADRO 9: SALDO DE BILLETES EN CIRCULACIÓN Y DEMANDA NETA PARA \$10.000

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	943 948.14	866 065.56	9%	13.01	6.58
Ene. 99	843 594.62	814 748.86	4%	-10.04	-5.13
Feb. 99	836 401.62	822 822.26	2%	-0.72	0.81
Mar. 99	827 797.04	796 678.62	4%	-0.86	-2.61
Abr. 99	843 064.10	769 759.38	10%	1.53	-2.69
May. 99	835 473.15	790 056.54	6%	-0.76	2.03
Jun. 99	842 982.38	754 551.88	12%	0.75	-3.55

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

En el Cuadro N° 9 se puede observar que en todos los casos los pronósticos del saldo de billetes sobrestiman los valores reales, y presentan desviaciones significativas de hasta 12% sobre el valor real. Estas desviaciones afectan significativamente los cálculos de demanda neta. En el período de pronóstico, el saldo real de billetes de \$10.000 es estadísticamente significativo sólo en diciembre, debido a que se encuentra fuera de los límites del intervalo de confianza al 95%. Para la demanda neta, las desviaciones de diciembre 1998 y enero 1999 también resultan estadísticamente significativas.

c. Modelo de Pronóstico del saldo de billetes de \$5.000 en circulación

El modelo ARMA para LTCINCO y el resumen de las pruebas a los residuos del modelo se muestran en el Cuadro N° 10.

CUADRO 10: MODELO PARA LTCINCO Y PRUEBAS A LOS RESIDUOS

Dependent Variable: LTCINCO; Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1989:10 1999:02
Included observations: 113 after adjusting endpoints; Convergence achieved after 7 iterations

Estimación de parámetros

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC		COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC
D1	-0,065758	0,008656	-7,596937	D2	0,025723	0,008701	2,956345
D3	-0,006634	0,009025	-0,735037	D4	0,001185	0,009003	0,131654
D5	-0,027125	0,009016	-3,008632	D6	0,000703	0,009081	0,077371
D7	-0,034578	0,009073	-3,811015	D8	0,002054	0,009076	0,226336
D9	0,035122	0,009064	3,874720	D10	-0,020231	0,008748	-2,312812
D11	0,023765	0,008795	2,702065	D12	0,125082	0,008736	14,31832
AR(3)	0,447057	0,061393	7,281826	MA(1)	-0,266164	0,100761	-2,641539
ESTADÍSTICOS							
MEAN DEPENDENT VAR 0,003406		ADJUSTED R-SQUARED 0,809838		S,D, DEPENDENT VAR 0,051942			
S,E, OF REGRESSION 0,022651		SUM SQUARED RESID 0,050792		F-STATISTIC 37,69019			
PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA A LOS RESIDUOS			CALCULADO	CRÍTICO			
PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA			-10,21	-2,58 (1)			
PRUEBA DE NORMALIDAD A LOS RESIDUOS							
JARQUE-BERA ESTADÍSTICO			1,38	7,38 (2)			
PROBABILIDAD DE NORMALIDAD: 50%;							
MEDIA DE LOS RESIDUOS: -1,14 E-4							
PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD A LOS RESIDUOS							
ARCH(1)			0,13	5,02 (2)			
ARCH(4)			2,13	11,14 (2)			
PRUEBA DE AUTOCORRELACIÓN A LOS RESIDUOS							
LJUNG BOX Q-EST(3)			2,16	9,35 (2)			
LJUNG BOX Q-EST(25)			23,14	40,65 (2)			

(1) VALOR CRÍTICO DE MACKINNON AL 99% DE NIVEL DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 97,5%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los resultados mostrados en el Cuadro N° 10 se desprende lo siguiente:

El ajuste que presenta el modelo es relativamente aceptable, con un R^2 ajustado de 81% y una desviación estándar en el error de la regresión de 2,3%.

Los residuos son estacionarios. Estadísticamente siguen una distribución normal con media cero y varianza constante, y no presentan problemas de autocorrelación serial.

Las variables estacionales de marzo, abril, junio y agosto no son estadísticamente significativas.

d. Pronósticos del saldo de billetes de \$5.000 en circulación

Al igual que para los pronósticos mensuales de \$10.000, se aplicó el método dinámico de pronóstico y se transformaron a valores nominales. También se determinaron por diferencia las demandas netas mensuales. Los pronósticos mensuales del saldo de billetes en circulación y la demanda neta mensual se muestran en el Cuadro N° 11.

CUADRO 11: SALDO DE BILLETES EN CIRCULACIÓN Y DEMANDA NETA PARA \$5.000

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	182 719.14	177 280.95	3%	4.27	3.21
Ene. 99	165 998.26	159 368.95	4%	-3.34	-3.58
Feb. 99	163 521.63	158 753.20	3%	-0.50	-0.12
Mar. 99	157 703.53	155 031.73	2%	-1.16	-0.74
Abr. 99	157 890.56	146 858.79	8%	0.04	-1.63
May. 99	153 665.25	150 010.66	2%	-0.85	0.63
Jun. 99	153 773.28	144 646.09	6%	0.02	-1.07

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

En el Cuadro N° 11 se observa que todos los pronósticos del saldo de billetes de \$5.000 sobrestiman los valores reales. Sin embargo, durante el período de pronóstico sólo la desviación de diciembre es estadísticamente significativa, ya que está fuera de los límites del intervalo de confianza al 95%. Similar resultado se obtiene con el error de la demanda neta en igual mes.

e. Modelo para estimar el saldo de billetes de \$1.000 en circulación

El modelo para LTUNO y el resumen de las pruebas a los residuos del modelo se muestran en el Cuadro N° 12.

CUADRO 12: MODELO PARA LTUNO Y PRUEBAS A LOS RESIDUOS

Dependent Variable: LTUNO; Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1989:10 1999:02
Included observations: 113 after adjusting endpoints; Convergence achieved after 3 iterations

Estimación de parámetros

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC		COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC
D1	-0.064281	0.005985	-10.74112	D2	0.008997	0.005984	1.503505
D3	0.003016	0.006283	0.480014	D4	0.003720	0.006281	0.592328
D5	-0.017688	0.006281	-2.816310	D6	0.004745	0.006301	0.752957
D7	-0.013733	0.006302	-2.179207	D8	0.003358	0.006302	0.532910
D9	0.054450	0.006303	8.638561	D10	-0.029782	0.006015	-4.951076
D11	0.019638	0.006012	3.266335	D12	0.097553	0.006005	16.24522
AR(1)	-0.178008	0.095361	-1.866674	AR(3)	0.264073	0.095725	2.758652

ESTADÍSTICOS					
MEAN DEPENDENT VAR	0.005872	ADJUSTED R-SQUARED	0.831770	S.D. DEPENDENT VAR	0.043522
S.E. OF REGRESSION	0.017851	SUM SQUARED RESID	0.031547	F-STATISTIC	43.59665
PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA A LOS RESIDUOS		CALCULADO		CRÍTICO	
PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA		-10,28		-3,49 (1)	
PRUEBA DE NORMALIDAD A LOS RESIDUOS					
JARQUE-BERA ESTADÍSTICO		6,18		7,38 (2)	
PROBABILIDAD DE NORMALIDAD:	4,5%;				
MEDIA DE LOS RESIDUOS:	-9,54 E-15				
PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD A LOS RESIDUOS					
ARCH(1)		0,49		5,02 (2)	
ARCH(4)		1,26		11,14 (2)	
PRUEBA DE AUTOCORRELACIÓN A LOS RESIDUOS					
LJUNG BOX Q-EST(3)		0,40		9,35 (2)	
LJUNG BOX Q-EST(25)		25,32		40,65 (2)	

(1) VALOR CRÍTICO DE MACKINNON AL 99% DE NIVEL DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 97,5%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los resultados mostrados en el Cuadro N° 12 se desprende lo siguiente:

Es un modelo autorregresivo puro. El de orden 1 no es estadísticamente significativo y se incluye porque afecta el comportamiento de los residuos.

El ajuste que presenta el modelo es relativamente aceptable, con un R² ajustado de 83% y una desviación estándar del error de la regresión de 1,9%.

Los residuos son estacionarios. Estadísticamente siguen una distribución normal con media cero y varianza constante, y no presentan problemas de autocorrelación.

Las variables estacionales de febrero, marzo, abril, junio y agosto no son estadísticamente significativas.

f. Pronósticos del saldo de billetes de \$1.000 en circulación

Al igual que para otros pronósticos mensuales, se aplicó el método dinámico de pronóstico. Los pronósticos mensuales del saldo de billetes en circulación, sus desviaciones porcentuales respecto de los valores reales y la demanda neta mensual se muestran en el Cuadro N° 13.

CUADRO 13: SALDO EN CIRCULACIÓN DE BILLETES Y DEMANDA NETA PARA \$1.000

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	84 743.64	82 036.44	3%	6.99	5.17
Ene. 99	76 928.94	76 263.37	1%	-7.81	-5.77
Feb. 99	76 952.64	76 387.14	1%	0.02	0.12
Mar. 99	76 617.90	75 490.56	1%	-0.33	-0.90
Abr. 99	76 903.46	74 668.92	3%	0.29	-0.82
May. 99	75 555.11	76 423.26	-1%	-1.35	1.75
Jun. 99	75 914.45	75 630.04	0%	0.36	-0.79

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De el Cuadro N° 13 podemos apreciar que salvo en mayo, los pronósticos sobrestiman los saldos reales, y 3% es la mayor desviación en los meses de diciembre y abril. Durante el período de pronóstico, el saldo real de billetes en circulación y la demanda neta real tienen errores estadísticamente significativos sólo en el mes de diciembre.

g. Modelo para estimar el saldo de billetes de \$500 en circulación

El modelo para LTMEDIO y el resumen de las pruebas a los residuos del modelo se muestran en el Cuadro N° 14.

CUADRO 14: MODELO PARA LTMEDIO Y PRUEBAS A LOS RESIDUOS

Dependent Variable: LTMEDIO; Method: Least Squares; Sample(adjusted): 1990:04 1999:02
Included observations: 107 after adjusting endpoints; Convergence achieved after 66 iterations

Estimación de parámetros

	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC		COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STATISTIC
D1	-0.047173	0.007172	-6.577568	D2	0.011365	0.007163	1.586577
D3	0.015108	0.007541	2.003337	D4	0.007929	0.007363	1.076896
D5	-0.013043	0.007381	-1.767096	D6	0.009250	0.007310	1.265513
D7	-0.002786	0.007322	-0.380473	D8	0.003896	0.007421	0.524981
D9	0.035469	0.007276	4.874434	D10	-0.015284	0.007326	-2.086229
D11	0.023204	0.007396	3.137394	D12	0.065906	0.007243	9.099321
AR(9)	0.437543	0.087701	4.989028	MA(9)	-0.418793	0.118366	-3.538122
MA(1)	-0.284116	0.090802	-3.128979				
ESTADÍSTICOS							
MEAN DEPENDENT VAR 0.008118		ADJUSTED R-SQUARED 0.680568		S.D. DEPENDENT VAR 0.036032			
S.E. OF REGRESSION 0.020365		SUM SQUARED RESID 0.038154		F-STATISTIC 17.13133			
PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA A LOS RESIDUOS			CALCULADO	CRÍTICO			
PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA			-10,24	-3,49 (1)			
PRUEBA DE NORMALIDAD A LOS RESIDUOS							
JARQUE-BERA ESTADÍSTICO			9,34	7,38 (2)			
PROBABILIDAD DE NORMALIDAD: 1% (KURTOSIS=3,92, SKEWNESS=0,56)							
MEDIA DE LOS RESIDUOS: 2,76 E-4							
PRUEBA DE HETEROCEDASTICIDAD A LOS RESIDUOS							
ARCH(1)			0,00	5,02 (2)			
ARCH(4)			5,65	11,14 (2)			
PRUEBA DE AUTOCORRELACIÓN A LOS RESIDUOS							
LJUNG BOX Q-EST(4)			0,63	11,14 (2)			
LJUNG BOX Q-EST(25)			16,39	40,65 (2)			

(1) VALOR CRÍTICO DE MACKINNON AL 99% DE NIVEL DE CONFIANZA.

(2) VALORES CRÍTICOS PARA UN INTERVALO DE CONFIANZA AL 97,5%.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De los resultados mostrados en el Cuadro N° 14 se desprende lo siguiente:

El ajuste que presenta el modelo es bajo, con un R^2 ajustado de 68% y una desviación estándar del error de la regresión de 2%.

Los residuos son estacionarios, homocedásticos y no están autocorrelacionados. La media de los residuos es cero y estadísticamente no hay evidencia de que sigan una distribución normal.

Existen variables estacionales que no son estadísticamente significativas.

h. Pronósticos del saldo de billetes de \$500 en circulación

Al igual que con los pronósticos mensuales anteriores, se aplicó el método dinámico. Los pronósticos mensuales del saldo de billetes en circulación, sus desviaciones porcentuales respecto de los valores reales y la demanda neta mensual calculada y real se muestran en el Cuadro N° 15.

CUADRO 15: SALDO EN CIRCULACIÓN DE BILLETES Y DEMANDA NETA PARA \$500

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	19 826.47	20 488.05	-3%	0.59	3.55
Ene. 99	17 850.77	19 389.67	-8%	-3.95	-2.20
Feb. 99	20 721.22	19 596.02	6%	5.74	0.41
Mar. 99	19 681.46	19 636.77	0%	-2.08	0.08
Abr. 99	19 846.89	19 683.27	1%	0.33	0.09
May. 99	19 590.03	20 431.75	-4%	-0.51	1.50
Jun. 99	19 774.66	20 076.92	-2%	0.37	-0.71

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

De el Cuadro N° 15 podemos apreciar que en diciembre, enero, mayo y junio los pronósticos subestiman los saldos reales, y la mayor desviación es de 8%. Durante el período de pronóstico, el saldo real de billetes de \$500 en circulación registró un error estadísticamente significativo en enero; mientras que los errores de la demanda neta real también son significativos en enero y febrero.

i. Estimación de la demanda neta de los billetes de \$2.000 y \$20.000

Para estos billetes no se cuenta con suficientes datos para desarrollar modelos de pronósticos de sus saldos en circulación. Sin embargo, la Tesorería necesita estimar dichas cantidades. Para los billetes de \$2.000 se propone aplicar el método de suavización exponencial no estacional de Holt-Winters⁷ con dos parámetros. Este capta principalmente la tendencia de la serie sin tomar en cuenta los cambios estacionales alrededor de la tendencia, puede utilizarse para realizar pronósticos de corto plazo y consiste en aproximar la serie real a una suavizada con la siguiente ecuación:

$$Y_{est_t} = a + b * k \dots (17)$$

donde:

Y_{est_t} : Es el saldo estimado en circulación de \$2.000

a : es el componente permanente (intercepto); b : es la tendencia

a y b están determinados por las siguientes ecuaciones:

$$a_t = \alpha * Y_t + (1 - \alpha) * (a_{t-1} + b_{t-1}) \dots (18)$$

$$b_t = \beta * (a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta) * b_{t-1} \dots (19)$$

El pronóstico es evaluado en: (20)

Los valores de los parámetros y estadísticos para la serie suavizada son los siguientes:

Muestra : 1997:12 1999:02; Observaciones incluidas: 15

Parámetros: Alfa: 0.8300; Beta: 0.9701

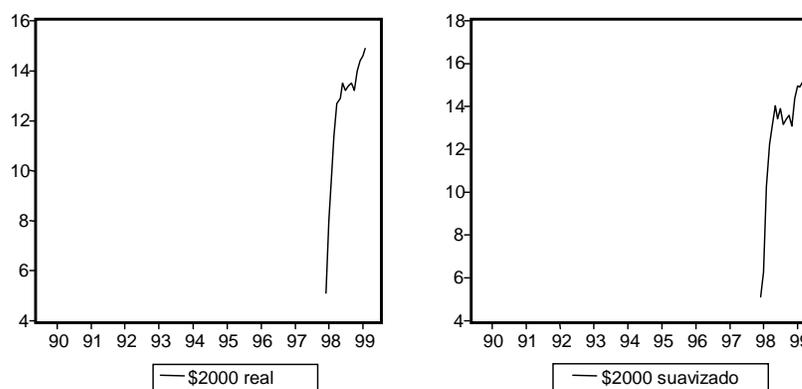
Suma de los cuadrados de los residuos: 7.012284

Valores al final del período: Media: 14.90533; Tendencia: 0.245677

⁷ Ver en Bowerman, Bruce L. y Richard T. O'Connell (1979). *Time Series and Forecasting: An Applied Approach*. Duxbury Press.

En el Gráfico N° 5 se muestra la evolución de los saldos en circulación de billetes de \$2.000 y la serie suavizada durante el período diciembre 1997-febrero 1999.

GRÁFICO 5: SALDO EN CIRCULACIÓN DE \$2.000, REAL Y SUAVIZADO



Los pronósticos del saldo en circulación que se obtienen con la serie suavizada y sus desviaciones con respecto a los valores reales para el período diciembre 1998-junio 1999 se muestran en el Cuadro N° 16.

CUADRO 16: SALDO EN CIRCULACIÓN Y DEMANDA NETA PARA \$2.000

MES	PRONÓSTICO DEL SALDO DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	SALDO REAL DE BILLETES (MILLONES DE PESOS)	DESVIACIÓN	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	14 390.21	14 412.07	0%	0.66	0.20
Ene. 99	14 955.46	14 608.29	2%	0.28	0.10
Feb. 99	14 931.37	14 913.94	0%	-0.01	0.15
Mar. 99	15 151.01	15 247.14	-1%	0.11	0.17
Abr. 99	15 396.69	15 132.46	2%	0.12	-0.06
May. 99	15 642.36	16 672.51	-6%	0.12	0.77
Jun. 99	15 888.04	16 643.80	-5%	0.12	-0.01

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

Las mayores desviaciones se presentan en mayo y junio, subestimando los valores reales en 6% y 5%, respectivamente. Cabe señalar que la demanda neta real presenta errores estadísticamente significativos en enero y febrero.

Para estimar el saldo en circulación de los billetes de \$20.000 se pueden usar los pronósticos del saldo total de billetes en circulación, y los de los billetes de \$10.000, \$5.000, \$2.000, \$1.000 y \$500 para obtenerlos por diferencia. El resultado de esta estimación acumula todos los errores de pronóstico y sólo puede ser una referencia. La demanda neta obtenida con esta estimación se presenta el Cuadro N° 17.

CUADRO 17: DEMANDA NETA DE \$20.000

MES	DEMANDA NETA CALCULADA (MILLONES DE UNIDADES)	DEMANDA NETA REAL (MILLONES DE UNIDADES)
Dic. 98	2.55	2.20
Ene. 99	1.39	1.10
Feb. 99	1.03	0.83
Mar. 99	1.63	0.87
Abr. 99	0.52	5.46
May. 99	-3.08	-3.57
Jun. 99	2.61	0.00

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

5. APLICACIÓN DEL MODELO

Con la finalidad de mostrar el funcionamiento y alcance del modelo de inventarios propuesto, se realizará una aplicación con dos variantes para el período marzo 1999 - junio 1999. La primera toma en cuenta un costo constante para compras mayores a 10 millones de unidades por denominación. En la segunda aplicación se evalúa si conviene abastecerse por una cantidad menor al lote mínimo en las denominaciones de \$20.000, \$10.000, \$5.000 y \$2.000 a un costo mayor.

A. ELEMENTOS GENERALES PARA LA APLICACIÓN

Los costos totales de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios son funciones lineales de la cantidad a comprar y del inventario promedio, respectivamente. Para aplicar el modelo se tomará en cuenta lo siguiente:

Costo de abastecimiento. Se tomará como referencia el costo promedio de adquisición de billetes de Estados Unidos de US\$ 0,04 por unidad⁸. Éste se utilizará para cantidades de compra mayores a 10 millones de unidades por tipo de billete. Para cantidades menores se considerará un incremento de 50% en el costo (US\$ 0,06 por unidad).

Costo de mantenimiento de inventarios. Se tomará como referencia el costo de mantenimiento de inventarios en la industria manufacturera de Estados Unidos, que varía de 30% a 35% la valorización de los inventarios⁹. Se utilizará el 30% del costo unitario de abastecimiento como costo unitario de mantenimiento de inventarios.

Capacidad máxima de almacenamiento y de destrucción de billetes. No se incluirán en la prueba porque no hay información y no son restricciones del Banco Central de Chile (Leiva 1998).

Demanda neta para cada una de las denominaciones. Se utilizará la demanda neta real de billetes para cada una de las denominaciones, obtenidas por diferencia de los saldos de billetes en circulación.

El nivel de inventario de seguridad, e inventario inicial de billetes por denominación. Se asumirá que la Tesorería del Banco Central de Chile - de acuerdo con su política de inventario de seguridad para el período marzo-junio 1999- mantuvo en existencias en febrero de 1999 exactamente los niveles de inventario de seguridad. Este supuesto equivale a considerar que no tiene inventarios iniciales, ya que los inventarios de seguridad requeridos se mantendrán durante todo el período.

La vida útil de los billetes por denominación o la cantidad a reponer. De acuerdo con la información que proporcionó la Tesorería¹⁰, la vida útil promedio de los billetes chilenos es de 20 meses. A partir de ello, se calculó la reposición mensual para mantener el actual estado de conservación.

La cantidad a reponer se presenta en el Cuadro N° 18.

⁸ Información proporcionada en la página web de la Reserva Federal de Nueva York.

⁹ Información proporcionada en el texto de Administración de Operaciones.

¹⁰ Información proporcionada en la III Reunión de Tesoreros de Banca Central, Buenos Aires (1998).

CUADRO 18: SUPUESTO DE VIDA ÚTIL Y REPOSICIÓN DE BILLETES

BILLETE	VIDA ÚTIL (EN MESES)	REPOSICIÓN MENSUAL (EN MILLONES DE UNIDADES)
\$20.000	34	0,0
\$10.000	28	3,1
\$5.000	23	1,5
\$2.000 (1)	17	0,4
\$1.000	12	6,8
\$500	6	6,8

(1): CONSIDERA REPOSICIÓN SOLAMENTE DE LOS MESES DE MAYO Y JUNIO.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

a. Definición de variables

Las cantidades de abastecimiento y de inventarios se expresarán en millones de unidades, y los costos en dólares de Estados Unidos por millar de billetes.

Para cada mes $t = 1, 2, 3$ y 4 se tienen las siguientes variables:

La cantidad necesaria de abastecimiento para cada billete se denotará como:

V_t = Para \$20.000; D_t = Para \$10.000; C_t = Para \$5.000; T_t = Para \$2.000;

M_t = Para \$1.000; y Q_t = Para \$500.

Los inventarios a fin del mes t para cada billete se denotarán como:

IV_t = Para \$20.000; ID_t = Para \$10.000; IC_t = Para \$5.000; IT_t = Para \$2.000;

IM_t = Para \$1 000; y IQ_t = Para \$500.

b. Función objetivo

Es el mínimo costo de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios. La función objetivo se expresará en miles de dólares de Estados Unidos. Se considerarán cantidades mensuales para cada uno de los billetes y inventarios promedios mensuales. Los costos que se utilizarán están sujetos a restricciones de cantidades de compra.

c. Restricciones

La función objetivo estará sujeta a las siguientes restricciones lineales:

De lote mínimo. Si se adquiere para cada denominación cantidades mayores o iguales a 10 millones de unidades, el costo de abastecimiento es de US\$40 el millar de billetes, y el de mantenimiento de inventarios de US\$12 el millar de billetes. En caso de que sean menores al lote mínimo (10 millones de unidades), el costo de abastecimiento en la función objetivo es de US\$ 60 el millar de billetes, y el de mantenimiento de inventarios de US\$20 el millar de billetes.

De demanda, reposición, abastecimiento e inventario. Se utilizará en forma mensual la siguiente relación: $I_i - I_{i-1} - Abastecimiento_i = - Demanda_i - Re\ posición_i$

B. RESULTADOS

Para resolver el problema de programación lineal se utilizará el software "Linear Interactive and Discrete Optimizer". Los resultados del modelo dependen de los supuestos asumidos, y el objetivo es mostrar el funcionamiento del modelo y la utilidad del análisis de sensibilidad de parámetros de los resultados obtenidos.

a. Caso 1

Si el abastecimiento para cada denominación es mayor a 10 millones de unidades, obtenemos los siguientes resultados: el valor óptimo de la función objetivo es de US\$3,990 millones y la solución se muestra en el Cuadro N° 19.

CUADRO 19: SOLUCIÓN DE LA APLICACIÓN: CASO 1

MES	V	D	C	T	M	Q	IV	ID	IC	IT	IM	IQ
Mar. 99	0,87	0,49	0,76	0,17	5,90	6,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Abr. 99	5,46	0,41	0,00	0,00	5,98	6,89	0,00	0,00	0,13	0,6	0,00	0,00
May. 99	0,00	5,13	2,00	1,11	8,55	8,30	3,57	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Jun. 99	3,67	3,97	7,24	8,72	6,01	6,09	7,24	4,42	6,81	8,33	0,00	0,00

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

Como se puede apreciar en el Cuadro N° 19, la solución del modelo para \$1.000 y \$500 no considera inventarios a fin de período (sólo mantiene inventarios de seguridad). No sucede lo mismo con el resto de las denominaciones que acumulan inventarios para cumplir con el lote mínimo. El costo que se obtiene con esta solución puede ser útil compararlo con el que se incurre al abastecerse con una cantidad menor al lote mínimo en las denominaciones de \$20.000, \$10.000, \$5.000 y \$2.000.

El costo reducido para cualquier variable no básica¹¹, nos indica la cantidad donde podemos disminuir el costo de abastecimiento en la función objetivo para una denominación, sin modificar la solución óptima. Por ejemplo, un costo reducido de US\$12 por millar nos indica que si reducimos en esa cantidad el costo de abastecimiento del billete de \$20.000 en el mes de mayo (V3) en la función objetivo; entonces V3 toma un valor diferente de cero y pasa a ser una solución básica en el óptimo.

El informe del resultado también nos proporciona el intervalo permisible de variación de la demanda neta¹² sin agregar o quitar variables básicas, pero se pueden cambiar los valores de la solución actual. Por ejemplo, el cambio permisible de la demanda neta de \$20.000 en marzo, sin cambiar la base actual, es que disminuya en 0,87 o aumente en 3,67. Este análisis de sensibilidad puede realizarse fácilmente para la demanda neta de todas las denominaciones.

El precio sombra para la i-ésima restricción -que en el informe del software figura como "Dual Prices"- nos permite conocer la cantidad en la que varía el valor óptimo si el lado derecho de la i-ésima restricción aumenta en una unidad¹³. El nuevo valor óptimo conseguido se calcula con la relación: Nuevo valor óptimo = valor óptimo anterior - (precio sombra de la restricción i * variación del lado derecho de la restricción i). Cabe anotar que una restricción (\geq) tendrá un precio sombra no positivo, una restricción (\leq) tendrá un precio sombra no negativo y una restricción ($=$) puede ser positivo o negativo.

¹¹ Variables no básicas son las que tienen valores iguales a cero en la solución óptima y no hay solución degenerada.

¹² Considerando la reposición mensual constante.

¹³ Suponiendo que con ese cambio la base actual es óptima.

Por ejemplo, podemos conocer cómo se afecta el valor óptimo si la demanda neta de \$20.000 en el mes de marzo (segunda restricción) excede en 2,5 millones de billetes a lo estimado en el modelo. Si el exceso se encuentra dentro de los límites del "Righthand Side Ranges"; entonces la variación en el lado derecho de la segunda restricción es de -2,5 por aumento de la demanda. Con el precio sombra de -6 que proporciona el *software* se puede determinar que el nuevo valor de la función objetivo es US\$3,985 millones.

En resumen, con los valores de los precios sombra proporcionados por el *software* podemos determinar con facilidad las variaciones del valor de la función objetivo ante cambios de la demanda de cada una de las denominaciones, dentro de límites permisibles y sin modificar la base actual mostrada en el Cuadro N° 19.

Para conocer la sensibilidad de cambios en el costo de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios -que en el modelo figuran como coeficientes de la función objetivo- usamos la información que nos proporciona "Obj Coefficient Ranges" para conocer cuál es el rango de variación permisible de los costos que mantiene la base actual y puede cambiar el valor de la función objetivo. Por ejemplo, el costo del billete de \$20.000 en el mes de abril es de US\$40 por millar y puede variar entre US\$16 y US\$52 por millar sin que cambie la base actual. De acuerdo con los resultados de la aplicación, un aumento del costo de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios de US\$12 por millar no cambia la base actual.

b. Caso 2

Para realizar una comparación de costos relevante con el obtenido en el caso 1, se considerará la opción de abastecimiento con cantidades menores a 10 millones de unidades para cada uno de los billetes de \$20.000, \$10.000, \$5.000 y \$2.000; y mayores a 10 millones de unidades para los billetes de \$1.000 y \$500; debido a que los últimos requieren de mayor reposición.

El valor óptimo de la función objetivo es de US\$3,333 millones menor al registrado en el caso 1 y la solución se muestra en el Cuadro N° 20.

CUADRO 20: SOLUCIÓN DE LA APLICACIÓN: CASO 2

MES	V	D	C	T	M	Q	IV	ID	IC	IT	IM	IQ
Mar. 99	0,87	0,49	0,76	0,17	5,90	6,88	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00
Abr. 99	5,46	0,41	0,00	0,00	5,98	6,89	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00	0,00
May. 99	0,00	5,13	2,00	1,11	8,55	8,30	3,57	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Jun. 99	0,00	0,00	0,43	0,39	6,01	6,09	3,57	0,45	0,00	0,00	0,00	0,00

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA A PARTIR DE DATOS DEL BANCO CENTRAL DE CHILE.

Tal como se aprecia en el cuadro N° 20, en junio de 1999 los niveles de inventarios son iguales a cero. Implica que la Tesorería sólo dispone de inventarios de seguridad y que el abastecimiento serviría para atender exactamente la demanda neta y la reposición de billetes. Cabe señalar que la solución que proporciona el modelo debe ajustarse, ya que normalmente se redondean las cantidades a comprar. Por ejemplo, la cantidad requerida del billete de \$20.000 es 6,33 millones de billetes; sin embargo, la cantidad a comprar posiblemente sea 6,5 o 7 millones de billetes.

Cabe anotar que para minimizar costos el modelo proporciona una solución que satisface exactamente la demanda y la reposición de billetes; sin embargo, la solución puede cambiar si la función de costos no es lineal.

Al igual que en el caso anterior, la información de costos reducidos que proporciona el *software* podría utilizarse si el costo de abastecimiento de billetes cambia durante el período de análisis.

En lo que se refiere al rango permisible de variación del lado derecho de las restricciones, en algunos casos los resultados presentan que la demanda no tiene límites. Esto se puede interpretar como que la demanda puede variar ampliamente sin cambiar la base actual, pero sí los valores de el Cuadro N° 20 y el valor de la función objetivo.

Existen aumentos de demanda permisibles que podemos denominarlos críticos, como de 0,45 millones de unidades en junio para \$10.000, 0,13 millones de unidades en abril para \$5.000 y, especialmente, 0,06 millones de unidades en abril para \$2.000. Cambios mayores de demanda implican modificaciones de la base actual.

Dado que en la base actual los inventarios son nulos, la solución es independiente de aumentos en los costos de mantenimiento de inventarios. Si el costo de abastecimiento de billetes para \$20.000, \$10.000, \$5.000 y \$2.000 aumenta en general más de US\$20 el millar, o para \$1.000 y \$500 aumenta más de US\$12 el millar, cambia la base actual y el valor de la función objetivo.

III. CONCLUSIONES

Para aplicar el modelo es importante estimar costos realistas, en especial los de abastecimiento y de mantenimiento de inventarios. En aplicaciones reales de modelos de inventarios normalmente hay funciones no lineales de costos y muchas veces se tiende a subestimar a los últimos. Por ello será necesario realizar una adecuada identificación, seguimiento y control para obtener costos que permitan tomar decisiones apropiadas.

El modelo propuesto es básicamente un modelo de optimización y puede ser resuelto por cualquier otro método distinto al de programación lineal. En la aplicación se utiliza dicho método debido a que la función objetivo y las restricciones son lineales.

A las restricciones consideradas en el modelo se pueden añadir otras. Algunas pueden ser lineales (capacidad de almacenamiento y destrucción) o no lineales. En estos casos, la solución del modelo de optimización se supedita a que las restricciones conformen una superficie de soluciones factibles que cumpla con las condiciones de optimización. Si no es así, el modelo no proporcionará ninguna solución. Si se desea utilizar las técnicas de programación lineal o cuadrática ello exige que todas las restricciones sean lineales. En caso contrario, se deberá usar otro método.

El modelo considera que el costo de abastecimiento es una función de la cantidad a comprar y no toma en cuenta cómo influye el plazo de entrega en dicho costo, sobre todo si se exigen entregas altas y de muy corto plazo.

La solución que proporciona el modelo es la necesidad de abastecimiento mensual, el nivel mensual de inventario y lo que cuesta el abastecimiento y mantenimiento de inventario. Esta solución es teórica; en la práctica el resultado en la mayoría de los casos deberá ajustarse por redondeo de cantidades de compra o por ser impracticable el cronograma de entrega de billetes que recomienda el modelo. No obstante, la solución es útil para tomar decisiones de abastecimiento porque orienta el volumen total de abastecimiento y el cronograma de entregas; y porque mediante un análisis de sensibilidad de parámetros podemos identificar, por ejemplo, los rangos permisibles de variación

de los parámetros que mantienen la base de la solución y el efecto que la variación tiene en los costos.

La demanda neta de cada uno de los billetes si bien es una de las determinantes del abastecimiento, no es la principal. La más relevante en el período analizado es la reposición de billetes, con excepción de \$20.000 y \$2.000 que tienen relativamente poco tiempo en circulación y están en fase expansiva. En tal sentido, si es mayor la exigencia de conservación de los billetes en circulación; aumentarán las necesidades de abastecimiento, y lo relevante será decidir el nivel adecuado de calidad de acuerdo con la imagen institucional, la comodidad para los usuarios y los costos involucrados.

Dado que la principal fuente de incertidumbre del modelo es la demanda neta de billetes, el uso de la programación lineal tiene la ventaja de que el informe del software permite identificar los billetes con demandas críticas y qué cambios de demanda consiguen mantener las variables básicas en la solución.

El modelo considera la demanda neta a fin de período, evaluada por la diferencia entre la emisión y el retorno de billetes. Sin embargo, ello no considera desfases que pueden presentarse en el transcurso del mes, en especial en meses estacionales como diciembre. En ese caso, se pueden utilizar los inventarios de seguridad en forma transitoria para superar estos problemas.

Los modelos de pronósticos del saldo de billetes en circulación por denominación se pueden aplicar en el corto plazo pero deberán actualizarse, ya que el billete de \$20.000 que comenzó a circular hace poco, muestra una fase expansiva y su efecto deberá apreciarse progresivamente en las otras denominaciones. Otra razón para actualizar los modelos es el cambio de billete por moneda para la denominación de \$500. Sin embargo, el modelo del saldo total de billetes en circulación si podrá utilizarse para realizar pronósticos.

El inventario de seguridad es necesario, pero es importante no mantener ni acumular existencias en exceso. Para determinar el inventario de seguridad se propone una metodología que asegura la atención de la demanda por un determinado número de meses. En el cálculo se recomienda no incluir la

reposición de billetes debido a que es endógena al Banco Central y debe contemplarse en las necesidades de abastecimiento.

A pesar de las limitaciones del modelo propuesto, éste se adecua mejor a las características de la gestión de billetes que los modelos de inventarios de cantidad fija de pedido y de período fijo.

IV. BIBLIOGRAFÍA

- APT, JAIME y QUIROZ, JORGE (1992). "Una demanda por dinero mensual para Chile", período enero 1983-agosto 1992. Ilades/Georgetown University.
- BARROUX y ROMAIN (1998). *Monitoring The Management of Bank Note and Coin Circulation to Prepare for The Introduction of Euro*. Ponencia presentada en la III Reunión de Tesoreros de Banca Central, Buenos Aires.
- BENNETT T., Mc CALLUM (1989). *Monetary Economics: Theory and Policy*. Nueva York, Macmillan Publishing Company.
- BOWERMAN, BRUCE L. y RICHARD T. O'CONNELL (1979). *Time Series and Forecasting: An Applied Approach*. Duxbury Press.
- BOX G.P.E. y G.M. JENKINS (1978). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, edición revisada, Holden Day.
- BRADLEY, HAX y MAGNANTI (1997). *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley Publishing Company.
- CAGAN, P. (1956). "The Monetary Dynamics of Hyperinflation". En M. Friedman (Ed.), *Studies in the Quantity Theory of Money*. University of Chicago Press.
- ENGLE, R y W. GRANGER (1987). "Co-integration and Error Correction Representation, Estimation, and Testing". *Econometría*, Vol. 55, N° 2.
- FRIEDMAN, B. y F. HANHN (1990). *Handbook of Monetary Economics*. Elsevier, Amsterdam.
- GASS, D. (1985). *Linear Programming: Methods and Applications*. Ediciones Mc Graw-Hill, Nueva York.
- HAMILTON, JAMES (1994). *Times Series Analysis*. Princeton University Press.
- HIDDEN, PEEL y THOMPSON (1990). *Economic Forecasting: An Introduction*. Cambridge University Press, Nueva York, pág. 81.
- JUNGE, INGENIEROS CONSULTORES (1999). "Tendencias de Medio de Pago". Ponencia presentada en el XXII Taller de Ingeniería de Sistemas, Santiago.
- LEIVA, CARLOS (1998). "Indicadores de Actividad: Tesorería General del Banco Central de Chile". Ponencia presentada en la III Reunión de Tesoreros de Banca Central, Buenos Aires.
- MANKIW, GREGORY (1995). *Macroeconomía*, Ediciones Macchi.

- Melvin, M y J.Ladman (1991). "Coca Dollars and The Dollarization of South America". *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 23, N° 4.
- MILLER, M.H. y D. ORR (1966). "A Model of the Demand for Money by Firms". *Quarterly Journal of Economics*, 80, agosto, páginas 413-435.
- PAYNE, L.C. (1988). *Plan Estratégico de Moneda*. Inglaterra. Royal Mint.
- PETER PHILLIPS y LORETAN MICO (1991). "Estimating Long-run Economic Equilibria". *Review of Economic Studies* Vol. 58, páginas 407-436.
- ROBERDS, W. (1997). "Whats Really New About The New Forms of Retail Payment?". *Economic Review*, first quater.
- ROMER, D. (1986). "A Simple General Equilibrium Version of the Baumol. Tobin Model". *Quarterly Journal of Economics*, 101, páginas 663-685.
- WHITE, HALBERT (1989). "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity". *Econometrica*, Vol. 48, páginas 817-838.

VII. ESTUDIOS DE CASO

PUBLICADOS EN 1996

Estudio de Caso N° 1

LA REESTRUCTURACIÓN DEL SECTOR TELECOMUNICACIONES EN PARAGUAY.
César Pastore Britos.

Estudio de Caso N° 2

AZÚCAR: MERCOSUR Y RECONVERSIÓN, EL CASO CALNU (URUGUAY).
Fernando Correa Alsina.

Estudio de Caso N° 3

EL LITIO: UNA PERSPECTIVA FALLIDA PARA BOLIVIA.
Walter Orellana Rocha.

Estudio de Caso N° 4

EL ESTUDIO DE CASO COMO INSTRUMENTO PEDAGÓGICO Y DE INVESTIGACIÓN EN POLÍTICAS PÚBLICAS.
Ramón Borges Méndez.

Estudio de Caso N° 5

INCENTIVOS A LAS EXPORTACIONES NO TRADICIONALES EN BOLIVIA: UNA CONFRONTACIÓN ENTRE LA TEORÍA Y LA PRÁCTICA.
Patricia Noda Videá.

Estudio de Caso N° 6

EL SISTEMA PRIVADO DE PENSIONES PERUANO Y EL MECANISMO DE LA PENSIÓN MÍNIMA.
María Lila Iwasaki.

Estudio de Caso N° 7

LA PRIVATIZACIÓN DEL ÁREA DE CARGA DE LA EMPRESA DE FERROCARRILES DEL ESTADO EN CHILE: ¿UNA NEGOCIACIÓN ATÍPICA?
Cristián Saieh Mena.

Estudio de Caso N° 8

DE LO ERRÁZURIZ A TIL-TIL: EL PROBLEMA DE LA DISPOSICIÓN FINAL DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS DOMICILIARIOS EN SANTIAGO.
Sandra Lerda y Francisco Sabatini.

Estudio de Caso N° 9

CONSTRUCCIÓN DE UNA CÁRCEL ESPECIAL PARA MILITARES: LECCIONES Y DESAFÍOS DE GOBERNABILIDAD EN LA TRANSICIÓN DEMOCRÁTICA CHILENA.
Soledad Ubilla.

Estudio de Caso N° 10

MODERNIZACIÓN DE LA GESTIÓN DE UN HOSPITAL PÚBLICO: EL CASO DE LA ASISTENCIA PÚBLICA EN SANTIAGO.
Cecilia Montero y Carlos Vignolo.

Estudio de Caso N° 11

CONTROL Y RESPONSABILIDAD EN GOBIERNOS LOCALES: DESAFÍOS INSTITUCIONALES DE LA DESCENTRALIZACIÓN EN BOLIVIA.
Claudio Orrego Larraín.

PUBLICADOS EN 1997

Estudio de Caso N° 12

MITOS Y HECHOS DEL PROGRAMA DE VIVIENDA BÁSICA EN SANTIAGO DE CHILE: UNA MIRADA DESDE LOS BENEFICIARIOS.
Fernando Díaz Mujica.

Estudio de Caso N° 13

GESTIÓN TERRITORIAL DEL FOMENTO PRODUCTIVO: UNA OBSERVACIÓN A LA PYME FORESTAL DE LA REGIÓN DEL BÍO-BÍO.
Liliana Cannobbio Flores.

Estudio de Caso N° 14

LA REFORMA PREVISIONAL BOLIVIANA Y EL CASO DEL INCENTIVO AL TRASPASO.
Luis Gonzalo Urcullo Cossío.

Estudio de Caso N° 15

GÉNERO, SALUD Y POLÍTICAS PÚBLICAS, DEL BINOMIO MADRE-HIJO A LA MUJER INTEGRAL.
Alejandra Faúndez Meléndez.

Estudio de Caso N° 16

ESTUDIO DEL SISTEMA DE REGULACIÓN SECTORIAL EN BOLIVIA.
Julio Waldo López Aparicio.

Estudio de Caso N° 17

LA INDUSTRIA DEL PETRÓLEO EN ECUADOR. EL CASO DEL SISTEMA DEL OLEODUCTO TRANSECUATORIANO.
Luis Esteban Lucero Villarreal.

Estudio de Caso N° 18

LA GESTIÓN COLECTIVA DEL DERECHO DE AUTOR Y LOS DERECHOS CONEXOS: INSTRUMENTO DE PROTECCIÓN DE LA PROPIEDAD.
Marvin Francisco Discua Singh.

PUBLICADOS EN 1998**Estudio de Caso N° 19**

ESTRATEGIAS INSTITUCIONALES PARA PROMOVER LA PERMANENCIA DE PROFESIONALES CALIFICADOS EN EL SERVICIO PÚBLICO PERUANO. EL CASO DE LA SUPERINTENDENCIA NACIONAL DE ADMINISTRACIÓN TRIBUTARIA.

Juan Carlos Cortázar Velarde.

Estudio de Caso N° 20

LA CRISIS DE LAS UVAS ENVENENADAS.

Claudio Rodolfo Rammsy García.

Estudio de Caso N° 21

LOS DETERMINANTES DE LA DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO DE HAITÍ (ELEMENTOS PARA EL DEBATE).

Michel-Ange Pantal.

Estudio de Caso N° 22

REGULACIÓN DE SEGUROS PRIVADOS DE SALUD: LA EXPERIENCIA EN CHILE DE LA SUPERINTENDENCIA DE INSTITUCIONES DE SALUD PREVISIONAL, (ISAPRES).

Cecilia Má, Yajaira Rivera, Livia Sánchez.

Estudio de Caso N° 23

LA REFORMA A LA JUSTICIA CRIMINAL EN CHILE: EL CAMBIO DEL ROL ESTATAL.

Juan Enrique Vargas Viancos.

Estudio de Caso N° 24

EL ROL DE LA SUPERINTENDENCIA PARA LA PROMOCIÓN Y PROTECCIÓN DE LA LIBRE COMPETENCIA EN EL PROCESO DE PRIVATIZACIÓN VENEZOLANO.

David Mieres Valladares.

Estudio de Caso N° 25

CONCERTACIÓN Y POLÍTICA EDUCATIVA EN ARGENTINA (1984 - 1996).

Alejandro Esteban Rodríguez.

Estudio de Caso N° 26

POLÍTICA AMBIENTAL EN COSTA RICA: ANÁLISIS DEL PROYECTO DE USO Y CONSOLIDACIÓN DE LOS RECURSOS FORESTALES EN LAS COMUNIDADES RURALES DE LA REGIÓN CHOROTEGA.

Georgina Paniagua Ramírez.

Estudio de Caso N° 27

IGUALDAD DE OPORTUNIDADES Y EQUIDAD EN LAS POLÍTICAS DE EDUCACIÓN SUPERIOR. UN ESTUDIO SOBRE LOS PROCESOS DE SELECCIÓN Y FINANCIAMIENTO.

Sixto Carrasco Vielma.

Estudio de Caso N° 28

LA PRIVATIZACIÓN DE LAS TELECOMUNICACIONES EN EL PERÚ.

Leopoldo Arosemena Yabar-Dávila.

Estudio de Caso N° 29

DESCENTRALIZACIÓN EN BOLIVIA PARTICIPACIÓN POPULAR Y POLÍTICA PARA UNA COMPATIBILIZACIÓN CON LA ESTRATEGIA DE DESARROLLO NACIONAL.

José Antonio Terán Carreón.

Estudio de Caso N° 30

LA POLÍTICA DE PROMOCIÓN DE EXPORTACIONES DE MÉXICO: EFECTOS EN EL CASO DE LA RELACIÓN BILATERAL MÉXICO - CHILE.

Ana María Gúemez Perera.

Estudio de Caso N° 31

LA LEY N° 19.490: IMPLICACIONES Y PROYECCIONES DEL MANEJO DE UNA CRISIS: EL CASO DEL PERSONAL NO MÉDICO DE SALUD.

Claudia Muñoz Salazar.

PUBLICADOS EN 1999**Estudio de Caso N° 32**

LA POBREZA, LA DESIGUALDAD Y LA EDUCACIÓN EN EL PERÚ DE HOY: UNA APROXIMACIÓN CUANTITATIVA

Nelson Shack Yalta.

Estudio de Caso N° 33

PROGRAMA CHILE - BARRIO ¿UNA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PÚBLICA INNOVADORA EN ASENTAMIENTOS PRECARIOS?

María Gabriela Rubilar Donoso.

Estudio de Caso N° 34

SEGURIDAD Y SALUD EN EL TRABAJO, INNOVACIONES NECESARIAS EN EL SISTEMA DE SALUD OCUPACIONAL DEL PERÚ

Cecilia Má Cárdenas.

Estudio de Caso N° 35

EL ROL REGULADOR DEL ESTADO EN OBRAS VIALES CONCESIONADAS

Ricardo Cordero Vargas.

PUBLICADOS EN 2000

Estudio de Caso N° 36

MODERNIZACIÓN DE LAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE ATENCIÓN A NIÑOS Y ADOLESCENTES EN VENEZUELA: EL CASO DE LAS REDES LOCALES DE PROTECCIÓN A LA INFANCIA Y ADOLESCENCIA

Luzmari Martínez Reyes.

Estudio de Caso N° 37

CULTURA CIUDADANA: LA EXPERIENCIA DE SANTAFÉ DE BOGOTÁ 1995 - 1997

Pablo Franky Méndez.

Estudio de Caso N° 38

POLÍTICAS DE CAPACITACIÓN JUVENIL Y MERCADO DEL TRABAJO EN VENEZUELA (1990 - 1997)

Urby Pantoja Vásquez.

Estudio de Caso N° 39

LAS POLÍTICAS PÚBLICAS CONTRA LA CORRUPCIÓN COMO UN MODO DE CONSOLIDAR LOS PROCESOS DEMOCRÁTICOS: EL CASO ARGENTINO

Irma Miryam Monasterolo.

Estudio de Caso N° 40

EL SISTEMA DE INTERMEDIACIÓN LABORAL Y LOS SERVICIOS PÚBLICOS DE EMPLEO EN CHILE: DIAGNÓSTICO, EVALUACIÓN Y PROPUESTA PARA MEJORAR SU GESTIÓN

César Chanamé Zapata.

Estudio de Caso N° 41

REFORMA AL SISTEMA DE REMUNERACIONES DE LOS DOCENTES DEL SERVICIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA EN BOLIVIA

Teresa Reinaga Joffré.

Estudio de Caso N° 42

LA NEGOCIACIÓN DE LA TRANSICIÓN DEMOCRÁTICA EN CHILE (1983 - 1989)

Justo Tovar Mendoza.

Estudio de Caso N° 43

ANÁLISIS COMPARATIVO DEL FINANCIAMIENTO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR, UNIVERSIDADES ESTATALES Y UNIVERSIDADES PRIVADAS CON APORTES 1981 - 1989 Y 1990 - 1998

Julio Castro Sepúlveda.

Estudio de Caso N° 44

INDICADORES DE CALIDAD Y EFICIENCIA EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA: ALGUNAS PROPUESTAS PARA EL SISTEMA DE ACREDITACIÓN CHILENO

Danae de los Ríos Escobar.

Estudio de Caso N° 45

POLÍTICAS DE COMPETITIVIDAD EN REGIONES A LA LUZ DE LA ESTRATEGIA DE DESARROLLO CHILENA

Jorge Menéndez Gallegos.

Estudio de Caso N° 46

ANÁLISIS DE LAS SEÑALES ECONÓMICAS EN LA INDUSTRIA ELÉCTRICA EN BOLIVIA

Jorge Ríos Cueto.

Estudio de Caso N° 47

POTENCIALIDADES DE LA DESCENTRALIZACIÓN FISCAL EN VENEZUELA

Edgar Rojas Calderón.

Estudio de Caso N° 48

ANÁLISIS DE LA REFORMA DE PENSIONES EN EL SALVADOR

Irma Lorena Dueñas Pacheco.

Estudio de Caso N° 49

EVALUACIÓN DE LA POLÍTICA REGULATORIA DEL SECTOR HIDROCARBUROS EN BOLIVIA

Tatiana Genuzio Patzi.

Estudio de Caso N° 50

PARTICIPACIÓN CIUDADANA EN EL ESPACIO LOCAL: HACIA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA NUEVA CIUDADANÍA EN CHILE

Roberto Godoy Fuentes.